

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
"Национальный исследовательский университет  
"Высшая школа экономики"**

Факультет гуманитарных наук

**Программа дисциплины «Дискретная математика»**

для направления 45.03.03 «Фундаментальная и компьютерная лингвистика»  
подготовки бакалавра

Авторы программы:

Михайлович А.В., к.ф.-м.н., доцент, [amikhailovich@hse.ru](mailto:amikhailovich@hse.ru)

Гончаренко В.М., к.ф.-м.н., доцент, [vgoncharenko@hse.ru](mailto:vgoncharenko@hse.ru)

Одобрена на заседании кафедры высшей математики «\_\_»\_\_\_\_\_ 20 г  
Зав. кафедрой Макаров А.А.

Рекомендована секцией УМС [Введите название секции УМС] «\_\_»\_\_\_\_\_ 20 г  
Председатель [Введите И.О. Фамилия]

Утверждена УС факультета [Введите название факультета] «\_\_»\_\_\_\_\_ 20 г.  
Ученый секретарь [Введите И.О. Фамилия] \_\_\_\_\_ [подпись]

Москва, 2016

*Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями  
университета и другими вузами без разрешения кафедры-разработчика программы.*

## 1. Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов направления 45.03.03 «Фундаментальная и компьютерная лингвистика» изучающих дисциплину «Дискретная математика».

Программа разработана в соответствии с:

- Образовательной программой «Фундаментальная и компьютерная лингвистика».
- Рабочим учебным планом университета по направлению подготовки 45.03.03 «Фундаментальная и компьютерная лингвистика», утвержденным в 2015г.

## 2. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Дискретная математика» являются расширенное знакомство студентов с основными понятиями и методами трёх разделов дискретной математики – функции алгебры логики (булевы функции), математическая логика и теории графов.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины студент должен:

- Знать основные понятия и методы математической логики и теории графов;
- Уметь формулировать определенный класс теоретических и прикладных лингвистических задач в терминах дискретной математики;
- Иметь необходимые знания и навыки для прослушивания последующих курсов, имеющих как прикладную, так и теоретическую математическую направленность.

В результате освоения дисциплины студент осваивает следующие компетенции:

Компетенция	Код по ФГОС / НИУ	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
Способен учиться, приобретать новые знания, умения, в том числе в области, отличной от профессиональной	СК-Б1	Ориентируется в различных методах решения задач, в том числе изученных на занятиях, и умеет их выбирать, исходя из конкретных условий	Лекции и семинарские занятия, самостоятельная работа.
Способен выявлять научную сущность проблем в профессиональной области.	СК-Б3	Определяет оптимальный метод решения для имеющейся задачи.	Семинарские занятия, самостоятельная работа. Выполнение нестандартных заданий.

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»  
 Программа дисциплины «Дискретная математика» для направления 45.03.03  
 «Фундаментальная и компьютерная лингвистика» подготовки бакалавра

Способен оценивать потребность в ресурсах и планировать их использование при решении задач в профессиональной деятельности	СК-Б5	Из набора задач выбирает наиболее доступные для решения (и решает их); умеет грамотно и аргументированно пользоваться известными результатами при решении задач.	Самостоятельная работа, контрольные работы.
Способен работать с информацией: находить, оценивать и использовать информацию из различных источников, необходимую для решения научных и профессиональных задач (в том числе на основе системного подхода)	СК-Б6	Умеет выполнять самостоятельные задачи в том числе способами, отличными от разобранных на занятиях. Владеет методами поиска, обработки и систематизации учебной и научной информации в глобальных сетях, электронных библиотеках	Самостоятельная работа.
Способен вести исследовательскую деятельность, включая анализ проблем, постановку целей и задач, выделение объекта и предмета исследования, выбор способа и методов исследования, а также оценку его качества	СК-Б7	Ориентируется в различных методах решения задач и умеет их выбирать, исходя из конкретных условий	Лекции и семинарские занятия, самостоятельная работа: решение задач, выполнение дополнительных нестандартных заданий
Способен работать в команде	СК-Б8	Выполняет групповые задания, разделяя работу между всеми участниками группы	Семинарские занятия: обсуждение задач. Самостоятельная работа: групповые задания.
Способен критически оценивать и переосмысливать накопленный опыт (собственный и чужой), рефлексировать профессиональную и социальную деятельность	СК-Б10	Умеет грамотно и аргументированно пользоваться известными результатами при решении задач и выполнении заданий.	Семинарские занятия. Самостоятельная работа.

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»  
 Программа дисциплины «Дискретная математика» для направления 45.03.03  
 «Фундаментальная и компьютерная лингвистика» подготовки бакалавра

<p>Способен проводить формализацию лингвистических знаний, анализ и синтез лингвистических структур, количественный анализ лингвистических данных с использованием математических знаний и методов</p>	<p>ИК-Б1.1-1.3НИ Д_ПЕ Д_П Д_ЭД _АД/И К-Б2.1-2.3_2.6/Б5.2 (ФЛ)</p>	<p>Демонстрирует умение формулировать задачи на языке математики в ситуациях, аналогичных изученным, а также находить решения этих задач</p>	<p>Семинарские занятия. Самостоятельная работа.</p>
<p>Способен гибко адаптироваться к различным профессиональным ситуациям, проявлять творческий подход, инициативу и настойчивость в достижении целей профессиональной деятельности и личных</p>	<p>СЛК–Б8</p>	<p>Ориентируется в различных методах решения задач и умеет их выбирать, исходя из конкретных условий. Умеет грамотно и аргументированно пользоваться известными результатами при решении задач и выполнении заданий. Умеет выполнять самостоятельные задачи в том числе способами, отличными от разобранных на занятиях.</p>	<p>Семинарские занятия. Самостоятельная работа. Выполнение нестандартных заданий.</p>

#### 4. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к циклу математических и естественнонаучных дисциплин и блоку дисциплин, изучаемых по выбору студентами 4 курса подготовки бакалавра по направлению 45.03.03 «Фундаментальная и компьютерная лингвистика».

Изучение данной дисциплины базируется на курсе математики в объеме школьной программы и курсе «Дискретная математика» (1 курс подготовки бакалавриата).

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

- Автоматическая обработка естественного языка
- Программирование
- Компьютерная лингвистика
- Машинный перевод
- Математические основания компьютерной лингвистики
- Формальные модели в лингвистике
- Социальные сети

#### 5. Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела	Всего часов	Аудиторные часы			Самостоятельная работа
			Лекции	Семинары	Практические занятия	
1	Функции алгебры логики. Таблицы истинности. Формулы. Эквивалентные преобразования. Разложение функции по переменной. СДНФ.	16	2	2		12
2	Функции алгебры логики. Двойственная булева функция. Нормальные формы булевых функций. Полином Жегалкина. Замкнутые классы. Свойства основные замкнутых классов.	14	2	2		10
3	Алгебра высказываний.	14	1	2		10
4	Исчисление высказываний. Аксиомы, гипотезы, правила вывода. Вывод.	16	2	2		10
5	Алгебра предикатов. Эквивалентные преобразования предикатов.	16	2	2		12
6	Графы. Основные определения. Деревья. Свойства деревьев. Оценка числа раскладок деревьев.	12	2	2		8

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»  
Программа дисциплины «Дискретная математика» для направления 45.03.03  
«Фундаментальная и компьютерная лингвистика» подготовки бакалавра

7	Изоморфизм графов. Необходимые условия изоморфизма.	10	1	2		6
8	Эйлеровы циклы. Задачи с применением эйлеровых циклов.	14	2	2		10
9	Планарные графы. Раскраска графов. Раскраска планарных графов.	14	2	2		10
	<b>ИТОГО</b>	<b>144</b>	<b>16</b>	<b>20</b>		<b>108</b>

## 6. Формы контроля знаний студентов

Тип контроля	Форма контроля	1 год		Параметры **
		1	2	
Текущий (неделя)	Контрольная работа	*		Письменная работа 80 минут
Итоговый	Экзамен		*	Письменная работа 100 минут

### 1.1. Критерии оценки знаний, навыков

Текущий контроль осуществляется на семинарах в форме проверки и обсуждения семинарских домашних заданий и решения семинарских задач. Оценка за семинары выставляется с учетом активности студента на занятиях, выполнения им семинарских домашних и аудиторных работ. Оценки по всем формам текущего контроля выставляются по 10-ти балльной шкале.

Выдача семинарских домашних заданий осуществляется дистанционно. Результаты проверки домашнего задания, контрольной работы и итоговой контрольной работы рассылаются по электронной почте.

### 1.2. Порядок формирования оценок по дисциплине

Преподаватель оценивает работу студентов на семинарских и практических занятиях и самостоятельную работу студентов: оценивается активность студентов в процессе проверки и обсуждений семинарских домашних заданий и решения семинарских задач. Оценки за работу на семинарских и практических занятиях преподаватель выставляет в рабочую ведомость. Накопленная оценка по 10-ти балльной шкале за работу на семинарских и практических занятиях определяется перед промежуточным или итоговым контролем -  $O_{аудиторная}$ .

Накопленная оценка за текущий контроль учитывает результаты студента по текущему контролю следующим образом:

$$O_{накопленная} = 2/5 \cdot O_{аудиторная} + 2/5 \cdot O_{к/р} + 1/5 \cdot O_{дз};$$

Способ округления накопленной оценки текущего контроля: в пользу студента.

Результирующая оценка за промежуточный (итоговый) контроль в форме экзамена выставляется по следующей формуле, где  $O_{экзамен}$  – оценка за работу непосредственно на экзамене:

$$O_{итоговый} = 0.5 \cdot O_{экзамен} + 0.5 \cdot O_{накопленная}$$

Способ округления накопленной оценки итогового контроля в форме экзамена: в пользу студента.

В диплом ставится оценка за итоговый контроль, которая является результирующей оценкой по учебной дисциплине.

## **7. Содержание дисциплины**

### **1. Функции алгебры логики.**

Функции алгебры логики. Таблицы истинности. Формулы.  
Эквивалентные преобразования. Разложение функции по переменной. СДНФ. Полином Жегалкина. Классы монотонных, линейных, самодвойственных функций, функций, сохраняющих константу.

#### Литература:

1. Н.П. Редькин. Дискретная математика. М: Физматлит, 2009. Глава III, §§ 1-4.
2. С.В. Яблонский. Введение в дискретную математику. М.: Высшая школа, 2001. Глава 1, §§1-4, §6.

### **2. Алгебра высказываний.**

#### Литература:

1. И.А. Лавров. Математическая логика. М.: Академия, 2006. Глава 2, §§2.1, 2.2.

### **3. Алгебра предикатов.**

#### Литература:

1. Н.П. Редькин. Дискретная математика. М.: Физматлит, 2009. Глава IV, §§ 1-4.
2. И.А. Лавров. Математическая логика. М.: Академия, 2006. Глава 2, §§ 2.3, 2.4.

### **4. Исчисление высказываний.**

#### Литература:

1. И.А. Лавров. Математическая логика. М.: Академия, 2006. Глава 6, §§6.1, 6.2.

### **5. Теорема адекватности для исчисления высказываний.**

#### Литература:

1. И.А. Лавров. Математическая логика. М.: Академия, 2006. Глава 6, §6.4.

### **6. Основные понятия теории графов.**

Граф, ребра графа, вершины графа. Графы неориентированные и ориентированные.  
Отношения смежности и инцидентности. Неориентированный полный граф.  
Ориентированный полный граф. Полный граф. Расширения понятия графа (петли, несколько ребер). Простой граф. Конечный граф. Изоморфные графы. Степени вершин. Пути и циклы.  
Связность. Подграфы. Связные компоненты (или компоненты связности). Деревья. Остовное дерево (каркас).

#### Литература:

1. Оре О. Теория графов. М.: Наука, 1968. Глава 1; глава 2, §§2.1 - 2.4; глава 4, §4.1.
2. Н. П. Редькин. Дискретная математика. М: Физматлит, 2009. Глава II, §§ 1, 3, 4.



3. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике. М.: Физматлит, 2005. Глава VI, §1.

### 7. Изоморфизм графов.

Понятие о взаимно-однозначном соответствии и изоморфизме. Изоморфные графы. Необходимые условия существования изоморфизма для неориентированных графов.

#### Литература:

1. Оре О. Графы и их применение. М.: Мир, 1965. Глава I, §3.
2. Оре О. Теория графов. М.: Наука, 1968. Глава II, §2.3.
3. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике. М.: Физматлит, 2005. Глава VI, §1.

### 8. Эйлеровы пути и циклы.

Задача о кенигсбергских мостах. Эйлеровы пути и циклы. Теорема о существовании эйлеровых путей и циклов в графе. Алгоритм построения эйлеровых циклов. Последовательность де Брёйна.

#### Литература:

1. Оре О. Графы и их применение. М.: Мир, 1965. Глава II, §§1-4.
2. Оре О. Теория графов. М.: Наука, 1968. Глава III, §§3.1-3.3
3. Холл М. Комбинаторика. М.: Мир, 1970. Глава 9, §§ 9.1, 9.2.

### 9. Планарные графы. Раскраска графов.

#### Литература:

1. Ф. Харари. Теория графов. М.: Мир, 1973. Глава 1, с.17-18; глава 11, с.126-128; глава 12, с.151-152, с. 155-156.

## 8. Образовательные технологии

Основные образовательные технологии включают в себя:

- лекции и семинарские занятия;
- групповые проекты и презентации работ групп.

## 9. Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

### 1.1. Примерные вопросы для оценки качества освоения дисциплины

1. Построить СДНФ для функции от четырёх переменных, которая принимает значение 1 тогда и только тогда, когда число единиц в наборе равно двум или трём.
2. Сколько существенных переменных у функции, полученной из линейной функции от четырёх переменных отождествлением первой и последней переменной?
3. Исчисление  $\Phi$  называется полным относительно некоторого множества формул  $B$ , если для каждой формулы  $B$  из  $B$  выводима либо сама формула  $B$ , либо её отрицание. Написать, какое исчисление не является полным относительно множества формул  $B$ .
4. Вывести секвенцию  $\neg(A \rightarrow \neg B) \vdash B$ .
5. Является ли следующая система функций полной? Если да, то выделить полную подсистему, содержащую минимальное число функций.  $A = \{xy, xy \vee z, x \oplus y, x \rightarrow y, x\}$ .
6. Пусть  $G = (V, E)$  — простой граф,  $P(x, y)$  — предикат, заданный на множестве  $V$  и принимающий значение 1 тогда и только тогда, когда пара вершин соединена ребром,

$S(x,y)$  — предикат, заданных на множестве  $V$  и принимающий значение 1 тогда и только тогда, когда  $x = y$ . Записать в виде предиката утверждение: «В графе существует подграф, являющийся полным графом на 4 вершинах.»

7. Сколько существует попарно неизоморфных простых графов, содержащих 8 вершин и 25 ребер?
8. Либо выразить булеву функцию  $f$  через систему функций  $A$ , либо объяснить, почему это невозможно: а)  $f=x\sim y, A=\{x\&y\}$ ; б)  $f=(x\vee y\vee z)\&(x\vee y\vee z)\&(x\vee y\vee z), A=\{x\&y, x\vee y\}$ ; в)  $f=x\oplus y, A=\{x\&y, x\vee y, x\&y\vee x\&z\vee y\&z\}$ .
9. Доказать, что в исчислении высказываний конъюнкция ассоциативна. Другими словами, показать, что  $(A\&B)\&C \vdash A\&(B\&C)$  и  $A\&(B\&C) \vdash (A\&B)\&C$ .
10. Упорядочим все двоичные наборы длины 3 в лексико-графическом порядке и занумеруем их числами 1,2,...,8. В графе  $G$  с вершинами  $v_1, v_2, \dots, v_8$  вершины  $v_i$  и  $v_j$  соединены ребром тогда и только тогда, когда  $i$ -й и  $j$ -й наборы отличаются ровно в одном разряде. Каждому ребру приписан вес, равный максимальному номеру инцидентных этому ребру вершин. Построить минимальное остовное дерево графа  $G$ .

## 10. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

1. Лавров И.А. Математическая логика. Москва: Издательский центр «Академия», 2006.
2. Редькин Н.П. Дискретная математика. Москва: Физматлит, 2009.
3. С.В. Яблонский. Введение в дискретную математику. М.: Высшая школа, 2001.
4. Оре О. Графы и их применение. Москва: Мир, 1965.
5. Оре О. Теория графов. Москва: Наука, 1989.
6. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике. Москва: Физматлит, 2005.
7. Холл М. Комбинаторика. М.: Мир, 1970.
8. Ф. Харари. Теория графов. М.: Мир, 1973.
9. Верещагин Н.К., Шень А. Начала теории множеств. Москва: МЦНМО, 2002.
10. Виленкин Н.Я. Популярная комбинаторика. Москва: Наука, 1975.

## 11. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для лекций и семинаров может быть использован проектор.