

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

**"Национальный исследовательский университет
Высшая школа экономики"**

Факультет социальных наук
Общеуниверситетская кафедра высшей математики

Программа дисциплины

Алгебра и анализ

для направления 39.03.01 «Социология»
подготовки бакалавра

Автор программы: Логвенков С.А., к.ф.-м.н., logv-hse@mail.ru

Рекомендована секцией УМС

Председатель

« ____ » _____ 201 г.

Утверждена УС
факультета социологии
Ученый секретарь

« ____ » _____ 201 г.

Одобрена на заседании кафедры
высшей математики

Зав. кафедрой

к.ф.-м.н., проф. Макаров А.А.

« ____ » _____ 201 г.

Москва, 2016

1. Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Изучение курса «Алгебра и анализ» не требует предварительных знаний, выходящих за рамки программы общеобразовательной средней школы.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов направления 040100.62 Социология подготовки бакалавра.

Программа разработана в соответствии с рабочим учебным планом университета по направлению 040100.62 Социология подготовки бакалавра.

2. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Алгебра и анализ» являются

- формирование у слушателей высокой математической культуры
- овладение основными знаниями по математике, необходимыми в практической социально-экономической деятельности
- развитие логического мышления и умения оперировать абстрактными объектами, привитие навыков корректного употребления математических понятий и символов для выражения различных количественных и качественных отношений
- ясное понимание математической составляющей в общей подготовке специалиста в области социологии.

Для реализации поставленной цели в ходе изучения курса «Алгебра и анализ» решается задача обеспечения широкого, общего и достаточно фундаментального математического образования студентов социально-экономических специальностей. Фундаментальность подготовки включает в себя достаточную общность математических понятий и конструкций, обеспечивающую широкий спектр их применимости, разумную точность формулировок математических свойств исследуемых объектов, логическую строгость изложения предмета, опирающуюся на адекватный современный математический язык.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате изучения курса «Алгебра и анализ» студенты должны:

- знать и уметь использовать математический аппарат для решения прикладных задач в области социологии и экономики;
- владеть навыками математической формализации задач, уметь применять необходимый математический инструментарий при выборе и обосновании решений;
- иметь представление о математическом моделировании простейших социологических и экономических проблем и содержательно интерпретировать получаемые количественные результаты их решений;
- владеть навыками самостоятельной работы и постоянно пополнять свой уровень знаний в свете современных тенденций развития математического инструментария для решения социологических и экономических задач.

В результате освоения дисциплины студент осваивает следующие компетенции:

| Компетенция | Код по ФГОС/ НИУ | Основные признаки освоения (показатели достижения результата) | Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции |
|--|------------------|--|---|
| Способен учиться, приобретать новые знания, умения | СК- Б 1 | Показателем освоения являются оценки текущего, промежуточного и итогового контроля | Лекции, семинарские занятия, домашние задания |
| Способен решать проблемы в профессиональной деятельности на основе анализа и синтеза | СК-Б4 | Показателем освоения являются оценки текущего, промежуточного и итогового контроля | Лекции, семинарские занятия, домашние задания |
| Способен работать с информацией: находить, оценивать и использовать информацию из различных источников, необходимую для решения научных и профессиональных задач | СК-Б6 | Показателем освоения являются оценки текущего, промежуточного и итогового контроля | Лекции, семинарские занятия, домашние задания |

4. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к циклу Математических и естественнонаучных дисциплин, базовая часть, обеспечивающих подготовку бакалавров.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

- теория вероятностей и математическая статистика
- экономическая теория (микроэкономика)
- экономическая теория (макроэкономика)
- анализ социологических данных
- математическое моделирование социальных процессов

5. Тематический план учебной дисциплины

| № | Тема | Аудиторные часы | | Самостоятельная работа | Всего |
|----------------------|--|-----------------|----------|------------------------|-------|
| | | Лекции | Семинары | | |
| Первый модуль | | | | | |
| 1 | Элементы линейной алгебры | 16 | 16 | 74 | 106 |
| 1.1 | Линейные пространства | 4 | 4 | 12 | 20 |
| 1.2 | Матрицы | 4 | 4 | 24 | 32 |
| 1.3 | Системы линейных уравнений | 4 | 6 | 30 | 40 |
| 1.4 | Собственные векторы и собственные значения матрицы. | 2 | 2 | 8 | 12 |
| 1.5 | Контрольная работа | 2 | | | 2 |
| Второй модуль | | | | | |
| 2 | Математический анализ. Функции одной переменной | 12 | 16 | 72 | 100 |
| 2.1 | Функции одной переменной, основы теории пределов, непрерывность | 2 | 4 | 16 | 22 |
| 2.2 | Дифференциальное исчисление | 6 | 6 | 30 | 42 |
| 2.3 | Интегральное исчисление | 4 | 6 | 26 | 36 |
| 3 | Зачетная контрольная работа | | | | |
| Третий модуль | | | | | |
| 4 | Математический анализ. Функции нескольких переменных | 14 | 12 | 70 | 96 |
| 4.1 | Функции нескольких переменных, основы теории пределов, непрерывность | 2 | 2 | 10 | 14 |
| 4.2 | Функции нескольких переменных, дифференциальное исчисление | 6 | 6 | 24 | 36 |
| 4.3 | Экстремумы функций нескольких переменных | 6 | 4 | 36 | 46 |
| 5 | Основы дифференциальных уравнений | 6 | 4 | 30 | 40 |
| 6 | Итоговая контрольная работа | | | | |
| ИТОГО | | 48 | 48 | 246 | 342 |

6. Формы контроля знаний студентов

При изучении дисциплины предусмотрены одна промежуточная контрольная работы и два домашних задания. Зачет проводится в конце второго модуля, экзамен – в конце третьего модуля. Контрольная работа проводится в конце первого модуля, продолжительность контрольной работы не превышает 80 минут. Переписывание контрольной работы или написание контрольной работы в дополнительное время не допускается. Домашнее задания выдается в середине второго и третьего модулей.

| Тип контроля | Форма контроля | Модуль | | | |
|--------------|--------------------|--------|---|---|-----------------------------|
| | | 1 | 2 | 3 | |
| Текущий | Контрольная работа | 1 | 1 | | письменная работа 60 минут |
| | Домашнее задание | 1 | 1 | 1 | |
| Итоговый | Экзамен | | | 1 | письменная работа 100 минут |

6.1 Критерии оценки знаний, навыков

По всем формам отчетности оценки ставятся по 10-бальной шкале, при этом оценки могут не быть целочисленными, округление проводится до первой цифры после запятой. При выставлении итоговых оценок производится округление до ближайшего целого числа (если дробная часть оценки равна 0.5, то округление производится в меньшую сторону). Перевод в 5-бальную шкалу осуществляется согласно следующему правилу

$0 \leq Z < 4$ неудовлетворительно

$4 \leq Z < 6$ удовлетворительно

$6 \leq Z < 8$ хорошо

$8 \leq Z \leq 10$ отлично.

Аналогичная шкала используется и для итоговой оценки.

6.2 Порядок формирования оценок по дисциплине

Накопленная оценка за первые три модуля получается по следующей формуле: $N=0,8*K+0,2*D$, где K – средняя оценка за две контрольных работы (вычисляется как среднее арифметическое всех оценок за контрольные работы), а D – средняя оценка за три домашних задания (вычисляется как среднее арифметическое всех оценок за домашние задания).

Итоговая экзаменационная оценка по всему курсу ставится в конце третьего модуля и получается по следующей формуле: $I=0,4*N+0,6*E$, где I – итоговая оценка, E – оценка за итоговую контрольную работу по всему курсу, проводимую в конце третьего модуля.

Если накопленная оценка превышает 8 баллов, то преподаватель имеет право предложить студенту засчитать ее в качестве оценки за итоговую контрольную работу и в качестве итоговой оценку.

Переписывание контрольной работы промежуточного контроля или написание контрольной работы промежуточного контроля в дополнительное время не допускается.

7. Содержание дисциплины

Раздел 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии

Тема 1.1. Линейные пространства.

Определение и примеры линейных пространств. Векторы. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, координаты, размерность линейного пространства. Разложение вектора по базису. Скалярное произведение векторов. Вычисление скалярного произведения векторов, заданных своими координатами. Вычисление длины вектора и расстояния между точками. Угол между векторами.

Тема 1.2. Матрицы.

Матрицы и арифметические операции с матрицами. Понятие определителя n -го порядка. Определители квадратных матриц 2-го и 3-го порядков. Свойства определителей и способы их вычисления. Элементарные преобразования матрицы. Ранг системы векторов, ранг матрицы и способы их вычисления.

Тема 1.3. Системы линейных уравнений.

Системы линейных неоднородных уравнений. Критерий совместности. Системы линейных однородных алгебраических уравнений, теорема о размерности пространства решений. Условия существования нетривиального решения однородной системы линейных алгебраических уравнений. Структура общего решения неоднородной системы линейных уравнений. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса и методом Крамера. Существование и нахождение обратной матрицы, матричные уравнения.

Тема 1.4. Собственные векторы и собственные значения матриц.

Собственные векторы и собственные значения линейных операторов.

Применение элементов линейной алгебры в экономике: модель Леонтьева многоотраслевой экономики, модель международной торговли.

Раздел 2. Математический анализ. Функции одной переменной.

Тема 2.1. Функции одной переменной, основы теории пределов, непрерывность.

Предел последовательности и предел функции. Основные теоремы о пределах. Порядок малости. Эквивалентные бесконечно малые функции и их использование при вычислении пределов.

Непрерывность функции в точке. Непрерывность суммы, произведения и частного непрерывных функций, непрерывность сложной функции. Теоремы о функциях, непрерывных на отрезке: теорема о промежуточном значении, 1-я и 2-я теоремы Вейерштрасса.

Тема 2.2. Дифференциальное исчисление.

Производная функции в точке, ее геометрический, физический и экономический смысл. Дифференциал функции.

Правила дифференцирования суммы, произведения и частного двух функций. Логарифмическое дифференцирование. Производная обратной функции. Таблица производных основных элементарных функций. Производная сложной функции. неявно заданная функция и ее дифференцирование. Производная функции, заданной параметрически. Понятие о производных высших порядков.

Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Понятие эластичности функции.

Теоремы о дифференцируемых функциях (Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей $0/0$ и ∞/∞ . Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Условия монотонности функций. Локальные экстремумы функций, необходимое и достаточное условие экстремума. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Направление выпуклости и точки перегиба графика функции. Выпуклые функции и теоремы об экстремумах выпуклых функций. Асимптоты кривых. Общая схема исследования функций и построения их графиков.

Приложения производных в экономической теории.

Тема 2.3. Интегральное исчисление.

Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных неопределенных интегралов. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Интегрирование простейших рациональных дробей.

Задача о вычислении площади криволинейной трапеции. Определенный интеграл и его свойства. Теорема о производной определенного интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определенного интеграла методом замены переменной. Интегрирование по частям. Несобственный интеграл.

Раздел 3. Математический анализ. Функции нескольких переменных.

Тема 3.1. Функции нескольких переменных, основы теории пределов, непрерывность.

Определение функции двух переменных. Геометрическая интерпретация функции двух переменных. Линии уровня. Обобщение на функции произвольного числа переменных.

Предел и непрерывность функций нескольких переменных. Точки разрыва функций. Формулировка основных свойств функций, непрерывных в замкнутой ограниченной области.

Тема 3.2. Функции нескольких переменных, дифференциальное исчисление.

Частные производные функций многих переменных и их геометрический смысл. Дифференцируемость функций многих переменных. Достаточное условие дифференцируемости. Первый дифференциал функции нескольких переменных и его применение в приближенных вычислениях. Частные производные сложной функции.

Производная по направлению. Градиент функции и его свойства. Частные производные высших порядков. Формулировка теоремы о перестановке порядка дифференцирования. Дифференциалы высшего порядка. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.

Тема 3.3. Экстремумы функций нескольких переменных.

Необходимое условие экстремума. Квадратичная форма и ее матрица. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра постоянства знака квадратичной формы. Достаточные условия максимума и минимума. Выпуклые функции многих переменных. Теоремы об экстремумах выпуклых функций.

Условный экстремум функции многих переменных. Метод множителей Лагранжа. Геометрическая интерпретация необходимого условия локального условного экстремума. Достаточное условие локального условного экстремума. Нахождение наибольших и наименьших значений функций нескольких переменных в замкнутой ограниченной области.

Функции нескольких переменных в задачах экономики. Оптимизационные задачи на основе производственных функций. Понятие о методе наименьших квадратов.

Раздел 4. Основы дифференциальных уравнений.

Дифференциальное уравнение первого порядка, поле направлений, интегральная кривая, задача Коши. Дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными. Линейное уравнение первого порядка. Метод вариации постоянной. Дифференциальное уравнение второго порядка, задача Коши. Системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Понятие устойчивости. Примеры моделей, описываемых системами дифференциальных уравнений.

8. Образовательные технологии

При реализации семинарских занятий используются активные и интерактивные формы проведения занятий.

9. Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

9.1 Тематика заданий текущего контроля

Контрольная работа. Тематика заданий: элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.

Первое домашнее задание. Тематика заданий: элементы линейной алгебры и аналитической геометрии, математический анализ функций одной переменной.

Второе домашнее задание. Тематика заданий: математический анализ функций нескольких переменных.

9.2 Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

1. Векторы, линейные операции над векторами.
2. Скалярное произведение векторов.
3. Линейная зависимость и независимость векторов.
4. Базис координаты размерность линейного пространства.
5. Разложение вектора по базису.
6. Матрицы и операции над ними.
7. Определитель, его свойства, вычисление.
8. Минор, алгебраическое дополнение.
9. Ранг матрицы.

10. Система линейных уравнений, основные понятия.
11. Теорема Кронекера-Капелли.
12. Методы решения систем линейных уравнений.
13. Однородные системы линейных уравнений. Базисные и свободные переменные.
14. Обратная матрица.
15. Матричные уравнения.
16. Собственные значения и собственные векторы.
17. Последовательность. Предел последовательности. Свойства пределов последовательности.
18. Предел функции.
19. Основные теоремы о пределах функции.
20. Бесконечно малые функции. Их свойства.
21. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые.
22. Бесконечно большие функции. Их свойства.
23. Непрерывность функции. Основные понятия.
24. Свойства функций, непрерывных в точке.
25. Дифференциал. Геометрическая интерпретация.
26. Производная функции в точке. Геометрическая интерпретация.
27. Основные теоремы о дифференцируемых функциях.
28. Производные основных элементарных функций.
29. Производная сложной функции. Производная функции, заданной неявно. Производная функции, заданной параметрически.
30. Правило Лопиталю.
31. Использование производной для исследования функций на монотонность, экстремум, выпуклость, вогнутость. Точки перегиба.
32. Производные высших порядков функции одной переменной.
33. Первообразная. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
34. Методы интегрирования: замена переменной.
35. Методы интегрирования: интегрирование по частям.
36. Определенный интеграл. Геометрический смысл.
37. Свойства определенного интеграла.
38. Формула Ньютона-Лейбница.
39. Несобственные интегралы. Сходимость и расходимость несобственных интегралов.
40. Производные функции нескольких переменных.
41. Производные сложной функции многих переменных.
42. Производные высших порядков функции многих переменных.
43. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума.
44. Локальный условный экстремум функции многих переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума.
45. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции нескольких переменных в ограниченной замкнутой области.
46. Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия. Геометрический смысл. Задача Коши.
47. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
48. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
49. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
50. Линейные однородные дифференциальные уравнения высшего порядка с постоянными коэффициентами
51. Исследование устойчивости решения.
52. Системы линейных дифференциальных уравнений.

9.3 Примеры заданий промежуточного /итогового контроля

Примеры заданий текущего, промежуточного и итогового контроля приводятся в системе LMS.

10. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

10.1 Базовый учебник

1. Красс М. С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник. М.: Дело, 2000.
2. Шипачев В.С. Основы высшей математики: Учебное пособие для вузов. М.: Высшая школа, 1998
3. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике: Учебное пособие для вузов. М.: Высшая школа, 1998.

10.2 Основная литература

1. Логвенков С.А. Мышкис П.А., Самовол В.С. Сборник задач по высшей математике. Учебное пособие для студентов социально-управленческих специальностей. М.: МЦНМО, 2014 (в электр. Форме – сайт НИУ ВШЭ).
2. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Учебник. М.: Высшая школа, 1998.
3. Красс М. С. Математика для экономических специальностей: Учебник. М.: ИНФРА-М, 1998.
4. Письменный Д.Т. Высшая математика. 100 экзаменационных ответов. 1 курс. Домашний репетитор для студентов. М.: Рольф: Айрис-пресс, 1999.

10.3 Дополнительная литература

1. Бугров Я.С. Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление: Учебник. М.: Наука, 1988.
2. Бугров Я.С. Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебник для вузов. М.: Наука, 1988.
3. Бурмистрова Е.Б., Лобанов С.Г. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии: Учебное пособие. М.: Изд-во ГУ-ВШЭ, 1998.
4. Волкова И.О., Крутицкая Н.Ч., Шагин В.Л. Математический анализ (с экономическими приложениями). Функции одной переменной. М.: Изд-во ГУ-ВШЭ, 1998.
5. Высшая математика для менеджера: Учебное пособие для вузов / Под ред. В.В. Лебедева. М.: Финстатинформ, 1999.
6. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов / Под ред. Н.Ш. Кремера. М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1998.
7. Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов / Под ред. Б.П. Демидовича. М.: Наука, 1978.
8. Замков О.О., Черемных Ю.Н., Толстопятенко А.В. Математические методы в экономике: Учебник. М.: Дело и Сервис, 1999.
9. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. Ч.1. и 2. М.:

- Изд-во МГУ, 1985 и 1987.
10. Колесников А.Н. Краткий курс математики для экономистов: Учебное пособие. М.: ИНФРА-М, 1998.
 11. Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики: Учебное пособие для вузов. М.: Наука, 1989.
 12. Кустов Ю.А., Юмагулов М.Г. Математика. Основы математического анализа: теория, примеры, задачи. Домашний репетитор для студентов. М.: Рольф: Айрис-пресс, 1998.
 13. Малыхин В.И. Математика в экономике: Учебное пособие: М.: ИНФРА-М, 1999.
 14. Матвеев Н.М. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Учебное пособие. СПб.: Специальная литература, 1996.
 15. Общий курс высшей математики для экономистов: Учебник / Под ред. В.И. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 1999.
 16. Руководство к решению задач с экономическим содержанием по курсу высшей математики / Под ред. А.И. Карасева и Н.Ш. Кремера. М.: Экономическое образование, 1989.
 17. Сборник задач по высшей математике / Под ред. А.В. Ефимова и Б.П. Демидовича. Ч.1. М.: Наука, 1993.
 18. Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В. Математика в экономике: Учебник. В 2-х ч. Ч.1. М.: Финансы и статистика, 2000.
 19. Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В., Шандра И.Г. Математика в экономике: Учебник. В 2-х ч. Ч.2. М.: Финансы и статистика, 1999.