

Программа курса  
**Математический анализ – 1**  
совместная программа по экономике НИУ ВШЭ и РЭШ  
2017/2018 учебный год

**Лектор:** Д.А. Дагаев

**Семинаристы:** Б.С. Бычков, Н.Е. Сахарова, И.Г. Эрлих

### Раздел 1. Общая информация о дисциплине

Курс «Математический анализ – 1» – первый в линейке математических курсов, предлагаемых для студентов совместной программы НИУ ВШЭ и РЭШ. Его содержание является традиционным и может быть разделено на следующие крупные разделы: предел последовательности, предел функции, дифференцирование функций одной переменной, интегрирование функций одной переменной.

### Раздел 2. Цели и задачи курса

Основными целями курса являются:

- Обучение студентов фундаментальным математическим понятиям;
- Формирование у студентов математической культуры доказательства утверждений;
- Предоставление студентам аналитической базы для изучения последующих математических и специализированных курсов;
- Знакомство студентов с программным обеспечением, позволяющим решать задачи математического анализа.

### Раздел 3. Структура и содержание дисциплины

| №                                | Тема  | Виды учебной работы |          | Литература  |
|----------------------------------|---|---------------------|----------|---|
|                                  |   | Лекции              | Семинары |   |
| 1                                | Введение. Математическое доказательство     | 2                   | 2        | Stewart: Chapter 1, Principles of problem solving |
| 2                                | Предел последовательности                   | 8                   | 4        | Stewart: 11.1                                     |
| 3                                | Предел функции                              | 6                   | 4        | Stewart: 2.1-2.6                                  |
| 4                                | Непрерывность функции                       | 6                   | 2        | Stewart: 2.5                                      |
| 5                                | Производная функции                         | 8                   | 4        | Stewart: 2.7-2.8, part 3, 4.1-4.3                 |
| Промежуточная контрольная работа |   |                     |          |   |
| 6                                | Правило Лопиталю                            | 2                   | 2        | Stewart: 4.4                                      |
| 7                                | Формула Тейлора                             | 4                   | 2        | Stewart: 11.10-11.11                              |
| Коллоквиум                       |   |                     |          |   |
| 8                                | Неопределенный интеграл                     | 4                   | 4        | Stewart: 5.4, part 7                              |
| 9                                | Определенный интеграл                       | 6                   | 4        | Stewart: parts 5,6                                |
| 10                               | Числовые и функциональные ряды. Ряд Тейлора | 6                   | 4        | Stewart: 11.2-11.4, 11.8-11.11                    |
| Итоговая контрольная работа      |   |                     |          |   |

## Тема 1. Введение. Математическое доказательство

Утверждения. Вывод утверждений.

Математическая индукция.

Доказательство от противного.

## Тема 2. Предел последовательности

Числовая последовательность. Предельная точка последовательности. Предел последовательности.

Арифметические свойства пределов.

Предельный переход в неравенствах. Теорема «о двух милиционерах».

Ограниченные и неограниченные множества. Верхняя (нижняя) грань, точная верхняя (нижняя) грань.

Монотонные последовательности. Теорема Вейерштрасса.

Гармонический ряд.

Число  $e$ .

## Тема 3. Предел функции

Предел функции по Коши и по Гейне. Эквивалентность двух определений.

Арифметические свойства пределов.

Композиция функций. Предел сложной функций.

Вертикальные, горизонтальные и наклонные асимптоты.

## Тема 4. Непрерывность функции

Непрерывность функции в точке и на множестве.

Замечательные пределы.

Предельная точка множества. Открытые и замкнутые множества на числовой прямой. Компакт. Операции с множествами и их свойства.

Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теорема о промежуточном значении. Ограниченность функции, непрерывной на отрезке. Достижение точной верхней (нижней) грани функцией, непрерывной на отрезке.

## Тема 5. Производная функции

Производная функции.

Связь дифференцируемости и непрерывности функции в точке.

Производная сложной функции.

Обратная функция. Производная обратной функции.

Табличные производные.

Связь значения производной и возрастания (убывания) функции. Локальные и глобальные экстремумы функций одной переменной.

Выпуклость графика функции. Точки перегиба.

Исследование функций одной переменной. Построение эскизов графиков.

Теорема Ролля. Теорема Коши. Теорема Лагранжа.

#### Тема 6. Правило Лопиталья

Раскрытие неопределенностей вида  $\frac{0}{0}$  и  $\frac{\infty}{\infty}$  при вычислении предела отношения функций. Правило Лопиталья.

#### Тема 7. Формула Тейлора

O-символика.

Приближение функции многочленами Тейлора.

Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.

Применение формулы Тейлора к табличным функциям.

Вычисление пределов с помощью формулы Тейлора.

#### Тема 8. Неопределенный интеграл

Первообразная. Связь между различными первообразными одной функции. Неопределенный интеграл.

Вычисление неопределенных интегралов.

Интегрирование по частям.

Замена переменной.

#### Тема 9. Определенный интеграл

Интегральные суммы. Определенный интеграл. Корректность определения.

Правила вычисления определенного интеграла: арифметические свойства, интегрирование по частям, замена переменной.

Интегрируемость и непрерывность.

Формула Ньютона-Лейбница.

Вычисление площадей фигур и объемов тел вращения с помощью определенного интеграла.

#### Тема 10. Числовые и функциональные ряды. Ряд Тейлора

Числовой ряд и его частичные суммы. Сходимость. Достаточные условия сходимости. Сумма членов геометрической прогрессии.

Функциональный ряд и его частичные суммы. Область сходимости.

Ряд Тейлора. Разложения в ряд Тейлора некоторых функций.

#### **Раздел 4. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

##### Основной учебник:

Stewart, J. Calculus - Early Transcendentals, 6e, 2008.

##### Дополнительная литература:

В.А. Зорич. Математический анализ, ч. 1, М.: МЦНМО, 2001.

Б.П. Демидович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Астрель, 2002.

#### **Раздел 5. Формы и методы контроля знаний**

В случае удовлетворительной оценки за итоговую контрольную работу итоговая оценка  $O_{ит}$  за курс является взвешенной суммой нескольких слагаемых:

$$O_{ит} = 0,3 O_{экз} + 0,2 O_{кр} + 0,2 O_{кол} + 0,2 O_{дз} + 0,1 O_{зан},$$

где

- $O_{зан}$  – оценка за работу на занятиях (от 0 до 10). Выставляется преподавателями, ведущими семинарские занятия, после последнего занятия.
- $O_{кр}$  – оценка за промежуточную контрольную работу (от 0 до 10).
- $O_{кол}$  – оценка за теоретический коллоквиум (от 0 до 10).
- $O_{дз}$  – оценка за домашние задания. Каждую неделю будет задаваться письменное домашнее задание. Оценка за каждое домашнее задание ставится по шкале от 0 до 10. Всего будет 12-13 домашних заданий.  $O_{дз}$  сформируется как среднее арифметическое оценок за лучшие 10 из них.
- $O_{экз}$  – оценка за итоговую контрольную работу (от 0 до 10).

Всячески приветствуется оформление домашних заданий с помощью системы верстки LaTeX. Бонус за оформление домашнего задания с помощью LaTeX составляет 5% от полученной за него оценки.

В течение курса будет выдано несколько наборов дополнительных листков с задачами повышенной сложности. Баллы, набранные за решение этих листков (до 1 балла в совокупности), будут добавляться к итоговой оценке.

В течение курса на занятиях возможно несколько мини-проверочных работ на 10-15 минут. Такие работы проводятся без предупреждения. Оценки за эти работы учитываются преподавателями при выставлении оценки за работу на занятиях.

Если оценка за итоговую контрольную работу  $O_{\text{ЭКЗ}} < 4$ , то за курс выставляется неудовлетворительная оценка независимо от остальных полученных оценок.

## **Раздел 6. Пересдача**

В случае получения неудовлетворительной оценки за курс студент имеет право на пересдачу. Пересдача проходит в письменном формате, аналогичном написанию промежуточной и итоговой контрольной работы. Задания на пересдаче будут по материалу всего курса. На пересдаче обнуляются все прежние оценки. Итоговая оценка за курс составит 100% от оценки за письменную работу на пересдаче.

## **Раздел 7. Посещение занятий и консультаций**

Студенты обязаны посещать все лекции и семинары. В случае пропуска занятий по уважительной причине необходимо предоставить подтверждающие документы в учебный офис программы.

В течение первых трех недель курса студенты имеют право посещать семинары в любой из групп. После третьей недели необходимо сделать окончательный выбор группы. Начиная с четвертой недели составы семинарских групп закрепляются, а дальнейшие переходы между группами возможны только в исключительных случаях при согласии всех преподавателей.

Студенты имеют право посещать консультации преподавателей. На консультациях могут разбираться как частные вопросы по отдельным задачам, так и общие принципы решения задач. Лектор и каждый из семинаристов выделяют 2 академических часа в неделю для проведения консультаций. В случае возникновения непониманий материала курса студенту настоятельно рекомендуется, не откладывая на потом, прийти на консультацию и разобраться в проблеме. Важно не стесняться задавать вопросы. Основная задача преподавателей – сделать все, чтобы студенты, которые хотят разобраться в материале, разобрались в нем.

Если материал кажется простым, то необходимо подойти к преподавателю и сообщить об этом. В таком случае преподаватели постараются подобрать более сложные задачи для индивидуального решения. Совершенно точно не следует вместо этого пропускать занятия – это может привести к появлению опасных пробелов.

## **Раздел 8. Самостоятельная работа**

Самостоятельная работа студентов является важной составляющей курса. Предполагается, что каждую неделю студенты разбирают изученный на неделе теоретический материал, изучают соответствующий раздел в учебнике Стюарта (и, в случае необходимости, в других учебниках), решают письменное домашнее задание. Очень полезно прорешать задачи, которые приводятся в конце соответствующего раздела в Стюарте.

## **Раздел 9. Об академической этике**

На курсе недопустимы какие-либо нарушения академической этики. В частности, категорически недопустимы списывание, пособничество списыванию, плагиат, подлог. В случае обнаружения при проверке похожих письменных работ каждая подозрительная работа получает 0 баллов

независимо от направления списывания. Учебный офис ставится в известность обо всех случаях нарушения академической этики.

Совместное обсуждение домашних заданий не воспрещается. Однако каждый студент должен записать решения задач самостоятельно. Переписанное группой студентов из одного источника решение считается плагиатом.