

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Национальный исследовательский университет  
"Высшая школа экономики"**

Факультет социальных наук  
Кафедра высшей математики

**Рабочая программа дисциплины Математика**

для образовательной программы “ Государственное и муниципальное управление ”  
направления подготовки 38.03.04 Государственное и муниципальное управление  
уровень бакалавр

Разработчики программы  
Логвенков С.А., к.ф.-м.н., доцент, slogvenkov@hse.ru  
Макаров А.А., к.ф.-м.н., профессор, amakarov@hse.ru

Одобрена на заседании общеуниверситетской кафедры высшей математики  
«\_28\_»\_августа\_2017 г.  
Зав. Кафедрой  
Макаров А.А. \_\_\_\_\_

Утверждена Академическим советом образовательной программы  
«\_»\_ \_\_\_\_\_ 2017 г., № протокола \_\_\_\_\_

Академический руководитель образовательной программы  
\_\_\_\_\_ [подпись]

\_\_\_\_\_, 2017

*Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями  
университета и другими вузами без разрешения подразделения-разработчика программы.*

## **1. Область применения и нормативные ссылки**

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Изучение курса «Математика» не требует предварительных знаний, выходящих за рамки программы общеобразовательной средней школы.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов направления 38.03.04 Государственное и муниципальное управление, уровень бакалавр.

Программа разработана в соответствии с рабочим учебным планом университета по направлению 38.03.04 "Государственное и муниципальное управление".

## **2. Цели освоения дисциплины**

Целями освоения дисциплины «Линейная алгебра и математический анализ» являются

- формирование у слушателей высокой математической культуры
- овладение основными знаниями по математике, необходимыми в практической экономической деятельности
  - развитие логического мышления и умения оперировать абстрактными объектами, привитие навыков корректного употребления математических понятий и символов для выражения различных количественных и качественных отношений
  - ясное понимание математической составляющей в общей подготовке специалиста в области экономики и менеджмента.
- формирование первичных представлений об алгебраических методах обработки данных в социальных науках
- формирование первичных представлений о вероятностно-статистических методах, применяемых в социальных науках
- знакомство студентов с простейшими прогнозными моделями как примерами применения математического анализа

Для реализации поставленной цели в ходе изучения курса «Математика» решается задача обеспечения широкого, общего и достаточно фундаментального математического образования студентов экономических специальностей. Фундаментальность подготовки включает в себя достаточную общность математических понятий и конструкций, обеспечивающую широкий спектр их применимости, разумную точность формулировок математических свойств исследуемых объектов, логическую строгость изложения предмета, опирающуюся на адекватный современный математический язык.

## **3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины**

В результате изучения курса «Математика» студенты должны:

- знать и уметь использовать математический аппарат для решения прикладных задач экономики и управления;
- владеть навыками математической формализации задач, уметь применять необходимый математический инструментарий при выборе и обосновании решений;
- иметь представление о математическом моделировании простейших экономических проблем и содержательно интерпретировать получаемые количественные результаты их решений;
- владеть навыками самостоятельной работы и постоянно пополнять свой уровень знаний в свете современных тенденций развития математического инструментария для решения экономических задач и задач управления.

В результате освоения дисциплины студент осваивает следующие компетенции:

Компетенция	Код по ФГОС/ НИУ	Основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
Способен учиться, приобретать новые знания, умения	СК- Б 1	Показателем освоения являются оценки текущего, промежуточного и итогового контроля	Лекции, семинарские занятия, домашние задания
Способен решать проблемы в профессиональной деятельности на основе анализа и синтеза	СК-Б4	Показателем освоения являются оценки текущего, промежуточного и итогового контроля	Лекции, семинарские занятия, домашние задания
Способен работать с информацией: находить, оценивать и использовать информацию из различных источников, необходимую для решения научных и профессиональных задач	СК-Б6	Показателем освоения являются оценки текущего, промежуточного и итогового контроля	Лекции, семинарские занятия, домашние задания

#### 4. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к циклу Математических и естественнонаучных дисциплин, базовая часть, обеспечивающих подготовку бакалавров.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

- экономическая теория ( микро-1)
- экономическая теория ( макро-1)
- экономическая теория ( микроэкономика-2)
- экономическая теория ( макроэкономика-2)
- моделирование и управление
- методы анализа данных и эконометрика

## 5. Тематический план учебной дисциплины за 1-й и 2-й модули

№	Тема	Аудиторные часы		Самостоятельная работа	Всего
		Лекции	Семинары		
1	<b>Элементы линейной алгебры</b>	8	10	50	68
1.1	Линейные векторные пространства	1	2	12	15
1.2	Матрицы	1	2	16	19
1.3	Системы линейных уравнений	3	4	16	23
1.4	Собственные векторы и собственные значения матрицы.	1	2	6	9
	Контрольная работа	2			2
2	<b>Математический анализ. Функции одной переменной</b>	8	8	42	58
2.1	Функции одной переменной, основы теории пределов, непрерывность	2	2	10	14
2.2	Дифференциальное исчисление	4	4	18	26
2.3	Интегральное исчисление	2	2	14	18
3	<b>Математический анализ. Функции нескольких переменных</b>	14	12	38	64
3.1	Функции нескольких переменных, основы теории пределов, непрерывность	2	2	10	14
3.2	Функции нескольких переменных, дифференциальное исчисление	6	4	12	22
3.3	Экстремумы функций нескольких переменных	6	4	16	26
	Итоговая контрольная работа				
	<b>ИТОГО</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	<b>130</b>	<b>190</b>

## Тематический план учебной дисциплины за 3-й и 4-й модули

№	Название раздела	Аудиторные часы		Самостоятельная работа	Всего часов
		Лекции	Семинары		
<b>4</b>	<b>Теория вероятностей</b>	20	19	72	111
4.1	История развития и основные понятия теории вероятностей	1	1	2	4
4.2	Вероятности случайных событий. Основные теоремы теории вероятностей	2	3	10	15
4.3	Испытания Бернулли, формула Бернулли	1	2	10	13
4.4	Случайные величины и их числовые характеристики. Применение числовых характеристик в социально-экономических исследованиях	2	4	10	16
	Контрольная работа	2			2
4.5	Наиболее часто используемые законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин. Применение этих законов для решения реальных задач экономического и социологического характера	3	5	20	28
4.6	Предельные теоремы теории вероятностей	3	2	10	15
4.7	Многомерная случайная величина. Линейный коэффициент корреляции	4	2	10	16
	Контрольная работа	2			2
<b>5</b>	<b>Элементы математической статистики</b>	10	11	58	79
5.1	Основы выборочного метода	4	2	10	16
5.2	Точечные и интервальные оценки параметров генеральной совокупности	4	4	24	32
5.3	Проверка некоторых статистических гипотез	2	5	24	31
	<b>ИТОГО</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	<b>130</b>	<b>190</b>

## 6. Формы контроля знаний студентов

При изучении дисциплины предусмотрены четыре промежуточных контрольных работы. Экзамен проводится в конце второго и четвертого модуля. Продолжительность контрольных работ не превышает 80 минут, продолжительность экзамена не превышает 120 минут. Переписывание контрольной работы или написание контрольной работы в дополнительное время не допускается.

Тип контроля	Форма контроля	Модуль				
		1	2	3	4	
Текущий	Контрольная работа	1	1	1	1	письменная работа 80 минут
Итоговый	Экзамен		1		1	письменная работа 120 минут

### 6.1 Критерии оценки знаний, навыков

По всем формам отчетности оценки ставятся по 10-бальной шкале. Исходные (сырые) баллы за отдельные формы отчетности могут быть дробными или измеряться не в десятибалльной шкале. Округление дробных баллов за контрольные работы проводится до первой цифры после запятой. Преподаватель обязан проинформировать студентов о правиле перевода сырых баллов из не десятибалльных шкал в десятибалльную шкалу. Перевод оценки  $Z$  в 5-балльную шкалу осуществляется согласно следующему правилу:

$0 \leq Z < 4$  неудовлетворительно

$4 \leq Z < 6$  удовлетворительно

$6 \leq Z < 8$  хорошо

$8 \leq Z \leq 10$  отлично.

### 6.2 Порядок формирования оценок по дисциплине

Курс «Математика» состоит из двух независимых частей «Линейная алгебра и математический анализ» и «Теория вероятностей и математическая статистика». Аттестация по первой части проводится в конце 2-го модуля, аттестация по второй части проводится в конце 4-го модуля. Студент неаттестованный хотя бы по одной части курса является неаттестованным по курсу в целом.

**Методика получения оценки по части «Линейная алгебра и математический анализ».** Накопленный балл за первые два модуля получается по следующей формуле:  $N_1 = 0,5 * K_1 + 0,5 * K_2$  где  $K_1$  и  $K_2$  – баллы за первую и вторую контрольную работу. Итоговый балл за первые два модуля получается по формуле:  $Z_2 = 0,4 * N_1 + 0,6 * E_1$ , где  $Z_2$  – итоговый балл за первые два модуля,  $E_1$  – балл за первую экзаменационную контрольную работу в конце второго модуля. Если накопленная оценка до округления не меньше 8, то преподаватель имеет право предложить студенту засчитать ее в качестве оценки за экзаменационную контрольную работу и в качестве итоговой оценки по всему курсу.

**Методика получения оценки по части «Теория вероятностей и математическая статистика».** Накопленный балл за третий и четвертый модули получается по следующей формуле:  $N_2=0,4*K_3+0,4*K_4+0,2*W$  где  $K_3$  и  $K_4$  – баллы за третью и четвертую контрольную работу, а  $W$  – балл за семинарскую активность в 3-4 модуле. Итоговый балл за третий и четвертый модули получается по формуле:  $Z_4=0,4*N_2+0,6*E_2$ , где  $Z_4$  – итоговый балл за третий и четвертый модули,  $E_2$  – балл за вторую экзаменационную контрольную работу в конце четвертого модуля. Если накопленная оценка до округления не меньше 8, то преподаватель имеет право предложить студенту засчитать ее в качестве оценки за итоговую экзаменационную работу и в качестве итоговой оценки по всему курсу.

**Методика получения оценки по всему курсу.** Итоговый балл  $I$  по всему курсу получается по формуле:  $I=0,5*Z_2+0,5*Z_4$  при условии того, что результат округления  $Z_2$  и  $Z_4$  превышает 3.

Оценка на пересдаче экзамена выводится по той же методике, что и при аттестации по каждой части курса.

Переписывание контрольной работы промежуточного контроля или написание контрольной работы промежуточного контроля в дополнительное время не допускается.

## **7. Содержание дисциплины**

### **Раздел 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии**

#### **Тема 1.1. линейные пространства.**

Определение и примеры линейных пространств. Векторы. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, координаты, размерность линейного пространства. Разложение вектора по базису. Скалярное произведение векторов. Вычисление скалярного произведения векторов, заданных своими координатами. Вычисление длины вектора и расстояния между точками. Угол между векторами.

#### **Тема 1.2. Матрицы.**

Матрицы и арифметические операции с матрицами. Определители квадратных матриц 2-го и 3-го порядков. Свойства определителей и способы их вычисления. Элементарные преобразования матрицы. Ранг системы векторов, ранг матрицы и способы их вычисления.

#### **Тема 1.3. Системы линейных уравнений.**

Системы линейных неоднородных уравнений. Критерий совместности. Системы линейных однородных алгебраических уравнений, теорема о размерности пространства решений. Условия существования нетривиального решения однородной системы линейных алгебраических уравнений. Структура общего решения неоднородной системы линейных уравнений. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса и методом Крамера. Существование и нахождение обратной матрицы, матричные уравнения.

#### **Тема 1.4. Собственные векторы и собственные значения матриц.**

Собственные векторы и собственные значения линейных операторов.

Применение элементов линейной алгебры в экономике: модель Леонтьева многоотраслевой экономики, модель международной торговли.

## **Раздел 2. Математический анализ. Функции одной переменной.**

### **Тема 2.1. Функции одной переменной, основы теории пределов, непрерывность.**

Предел функции. Основные теоремы о пределах. Порядок малости. Эквивалентные бесконечно малые функции и их использование при вычислении пределов.

Непрерывность функции в точке. Непрерывность суммы, произведения и частного непрерывных функций, непрерывность сложной функции. Теоремы о функциях, непрерывных на отрезке: теорема о промежуточном значении, 1-я и 2-я теоремы Вейерштрасса.

### **Тема 2.2. Дифференциальное исчисление.**

Производная функции в точке, ее геометрический, физический и экономический смысл. Дифференциал функции.

Правила дифференцирования суммы, произведения и частного двух функций. Логарифмическое дифференцирование. Производная обратной функции. Таблица производных основных элементарных функций. Производная сложной функции. неявно заданная функция и ее дифференцирование. Производная функции, заданной параметрически. Понятие о производных высших порядков.

Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Понятие эластичности функции.

Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Условия монотонности функций. Локальные экстремумы функций, необходимое и достаточное условие экстремума. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Направление выпуклости и точки перегиба графика функции. Выпуклые функции и теоремы об экстремумах выпуклых функций. Асимптоты кривых. Общая схема исследования функций и построения их графиков.

Приложения производных в экономической теории.

### **Тема 2.3. Интегральное исчисление.**

Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных неопределенных интегралов. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям.

Задача о вычислении площади криволинейной трапеции. Определенный интеграл и его свойства. Теорема о производной определенного интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определенного интеграла методом замены переменной. Интегрирование по частям. Несобственный интеграл.

## **Раздел 3. Математический анализ. Функции нескольких переменных.**

### **Тема 3.1. Функции нескольких переменных, основы теории пределов, непрерывность.**

Определение функции двух переменных. Геометрическая интерпретация функции двух переменных. Линии уровня. Обобщение на функции произвольного числа переменных.

Предел и непрерывность функций нескольких переменных. Формулировка основных свойств функций, непрерывных в замкнутой ограниченной области.

### **Тема 3.2. Функции нескольких переменных, дифференциальное исчисление.**

Частные производные функций многих переменных и их геометрический смысл. Дифференцируемость функций многих переменных. Достаточное условие дифференцируемости. Первый дифференциал функции нескольких переменных и его применение в приближенных вычислениях. Частные производные сложной функции.



Производная по направлению. Градиент функции и его свойства. Частные производные высших порядков. Формулировка теоремы о перестановке порядка дифференцирования. Дифференциалы высшего порядка. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.

### **Тема 3.3. Экстремумы функций нескольких переменных.**

Необходимое условие экстремума. Квадратичная форма и ее матрица. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра постоянства знака квадратичной формы. Достаточные условия максимума и минимума. Выпуклые функции многих переменных. Теоремы об экстремумах выпуклых функций.

Условный экстремум функции многих переменных. Метод множителей Лагранжа. Геометрическая интерпретация необходимого условия локального условного экстремума. Достаточное условие локального условного экстремума. Нахождение наибольших и наименьших значений функций нескольких переменных в замкнутой ограниченной области.

Функции нескольких переменных в задачах экономики. Оптимизационные задачи на основе производственных функций. Понятие о методе наименьших квадратов.

## **Раздел 4. Теория вероятностей и математическая статистика**

### **Тема 4.1. История развития и основные понятия теории вероятностей.**

Интуитивные предпосылки теории вероятностей. Предмет теории вероятностей. Краткие исторические сведения. Теория вероятностей в научных исследованиях и в решении практических задач.

Случайный эксперимент и его описание. Элементарные исходы (события) случайного эксперимента (вероятностное пространство). Случайное событие как подпространство элементарных исходов случайного эксперимента. Равновозможные элементарные исходы. Благоприятствующие элементарные исходы. Формирование подпространства элементарных исходов в разных задачах.

Классификация случайных событий: достоверное, невозможное события; событие, противоположное данному событию; совместное и несовместное события. Действия над событиями. Алгебра событий. Диаграммы Эйлера-Венна. Свойства операций сложения и умножения. Примеры формирования сложных событий на основе исходных простых событий.

### **Тема 4.2. Вероятности случайных событий. Основные теоремы теории вероятностей.**

Численная мера возможности наступления случайного события. Классический и статистический подходы к определению вероятности события.

Геометрическая вероятность. Формула для вычисления геометрической вероятности. Ограничения, присущие этой формуле.

Элементы комбинаторики. Перестановки. Размещения. Сочетания. Свойства биномиальных коэффициентов. Использование методов комбинаторики для вычисления вероятностей событий

Формула сложения вероятностей. Формула умножения вероятностей. Зависимые и независимые события. Условная вероятность.

Вычисление вероятностей сложных событий на основе формул сложения и умножения вероятностей.

Формула полной вероятности. Формула Байеса (теорема гипотез).

### **Тема 4.3. Испытания Бернулли. Формула Бернулли**

Повторные независимые испытания (схема Бернулли). Успех и неудача. Число успехов в испытаниях Бернулли. Формула вычисления вероятности возникновения конкретного числа успехов в серии испытаний заданной длины (формула Бернулли). Частные случаи формулы. Наивероятнейшее число успехов.

#### **Тема 4.4. Случайные величины и их числовые характеристики.**

##### **Применение числовых характеристик в социально-экономических исследованиях.**

Детализация математической модели случайного явления и концепция случайной величины. Случайная величина как функция от элементарных исходов эксперимента, определенная на вероятностном пространстве.

Дискретная и непрерывная случайные величины. Ряд распределения и функция распределения случайной величины. Свойства функции распределения случайной величины. Плотность вероятности (плотность распределения). Свойства плотности вероятности. Числовые характеристики случайных величин – математическое ожидание, дисперсия, стандартное отклонение; их смысловая нагрузка, свойства, вычисление этих величин на основе статистических данных. Экономический смысл математического ожидания и стандартного отклонения.

Другие числовые характеристики случайных величин (квантили, мода, медиана).

#### **Тема 4.5. Наиболее часто используемые законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин. Применение этих законов для решения реальных задач экономического и социологического характера.**

Случайные величины, подчиняющиеся законам распределения Бернулли и Пуассона. Вычисление математического ожидания и стандартного отклонения для указанных законов.

Случайные величины, подчиняющиеся равномерному, показательному распределениям. Вычисление математического ожидания и стандартного отклонения для перечисленных законов.

Поток событий. Простейший (стационарный пуассоновский) поток событий. Связь показательного закона распределения и закона распределения Пуассона.

Нормальный закон распределения. Математическое ожидание и стандартное отклонение  $\sigma$  для нормального закона. График плотности. Стандартное нормальное распределение. Вычисление вероятности попадания нормальной случайной величины в заданный интервал. Функция Лапласа (интеграл вероятностей); ее свойства. Применение таблиц функции Лапласа для вычисления вероятности попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал. Правило трех  $\sigma$ .

Композиция законов распределения. Свойство устойчивости некоторых законов распределения. Устойчивость нормального закона распределения.

Закон распределения Стьюдента.

Применение введенных ранее законов распределения случайных величин для вычисления вероятностей событий в задачах экономической и социологической проблематики.

#### **Тема 4.6. Предельные теоремы теории вероятностей.**

Неравенство Маркова (лемма Чебышева). Неравенство Чебышева.

Смысл закона больших чисел. Доказательство закона больших чисел в форме Чебышева. Его обобщение на случай зависимых случайных величин. Следствия закона больших чисел: теоремы Бернулли и Пуассона.

Формулировка и содержание центральной предельной теоремы. Интегральная теорема Муавра-Лапласа как следствие центральной предельной теоремы.

Применение закона больших чисел и центральной предельной теоремы в прикладных задачах: контроль качества продукции, задачи массового обслуживания, задачи страхования, маркетинговые исследования.

#### **Тема 4.7. Многомерная случайная величина. Линейный коэффициент корреляции.**

Многомерная случайная величина (случайный вектор). Закон распределения многомерной случайной величины. Функция распределения многомерной случайной величины. Двумерная нормальная случайная величина.

Линейный коэффициент корреляции как параметр, характеризующий тесноту линейной связи двух случайных величин. Уравнение простой парной регрессии.

### **Раздел 5. Элементы математической статистики**

#### **Тема 5.1. Основы выборочного метода.**

Задачи математической и прикладной статистики. Генеральная совокупность. Случайная выборка. Повторные и бесповторные выборки. Репрезентативность выборки. Вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения. Графическое изображение вариационного ряда: полигон, гистограмма, кумулята.

Характеристики центральной тенденции (среднее арифметическое, мода, медиана, среднее геометрическое). Показатели вариации ряда (размах, выборочная дисперсия, выборочное стандартное отклонение, коэффициент вариации). Закон корня квадратного для стандартной ошибки среднего.

#### **Тема 5.2. Точечные и интервальные оценки параметров генеральной совокупности.**

Точечные оценки параметров генеральной совокупности. Требования, предъявляемые к точечным оценкам (несмещенность, эффективность, состоятельность, устойчивость). Метод наибольшего правдоподобия, метод наименьших квадратов и метод моментов как методы получения точечных оценок параметров генеральной совокупности. Наилучшие оценки математического ожидания, дисперсии, генеральной доли.

Понятие интервального оценивания параметров генеральной совокупности. Доверительная вероятность и предельная ошибка выборки (точность оценки). Идея построения доверительного интервала. Построение доверительных интервалов для генерального среднего или математического ожидания (при известной и неизвестной дисперсии) и вероятности биномиального закона распределения или генеральной доли изучаемого признака.

Объем выборки, обеспечивающий заданную предельную ошибку выборки.

#### **Тема 5.3. Проверка некоторых статистических гипотез.**

Понятие статистической гипотезы. Основная (нулевая) и альтернативная (конкурирующая) гипотезы, параметрические и непараметрические гипотезы, простые и сложные гипотезы. Критерий. Ошибки первого и второго рода. Критическая область и область принятия гипотезы. Уровень доверия и уровень значимости. Двусторонние, правосторонние, левосторонние критические области. Процедура проверки параметрической гипотезы.

Проверка некоторых гипотез для нормально распределенных генеральных совокупностей: о числовом значении генерального среднего; о числовом значении генеральной доли (или о вероятности биномиального закона распределения), о равенстве генеральных средних, о равенстве генеральных долей.

Коэффициент корреляции Пирсона. Проверка гипотезы о значимости коэффициента корреляции Пирсона.

Коэффициент ранговой корреляции Спирмена. Проверка гипотезы о значимости коэффициента корреляции Спирмена.

Критерий знаков.

## 8. Образовательные технологии

При реализации семинарских занятий используются активные и интерактивные формы проведения занятий.

## 9. Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

### 9.1 Тематика заданий текущего контроля

Контрольная работа 1. Тематика заданий: элементы линейной алгебры.

Контрольная работа 2. Тематика заданий: математический анализ, функция одной переменной, функций нескольких переменных.

Контрольная работа 3. Тематика заданий: элементы теории вероятностей

Контрольная работа 4. Тематика заданий: элементы математической статистики: вычисление различных выборочных статистик (среднее, медиана, квартили, дисперсия, стандартное отклонение), построение доверительных интервалов для среднего, проверка статистических гипотез.

### 9.2 Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

Вопросы по теме Алгебра и математический анализ

1. Векторы, линейные операции над векторами.
2. Скалярное произведение векторов.
3. Линейная зависимость и независимость векторов.
4. Базис координаты размерность линейного пространства.
5. Разложение вектора по базису.
6. Матрицы и операции над ними.
7. Определитель, его свойства, вычисление.
8. Минор, алгебраическое дополнение.
9. Ранг матрицы.
10. Система линейных уравнений, основные понятия.
11. Теорема Кронекера-Капелли.
12. Методы решения систем линейных уравнений.
13. Однородные системы линейных уравнений. Базисные и свободные переменные.
14. Обратная матрица.
15. Матричные уравнения.
16. Собственные значения и собственные векторы.
17. Предел функции.
18. Основные теоремы о пределах функции.
19. Бесконечно малые функции. Их свойства.
20. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые.
21. Непрерывность функции. Основные понятия.
22. Дифференциал. Геометрическая интерпретация.
23. Производная функции в точке. Геометрическая интерпретация.
24. Производные основных элементарных функций.
25. Производная сложной функции. Производная функции, заданной неявно. Производная функции, заданной параметрически.
26. Правило Лопиталя. Формула Тейлора.

27. Использование производной для исследования функций на монотонность, экстремум, выпуклость, вогнутость. Точки перегиба.
28. Производные высших порядков функции одной переменной.
29. Первообразная. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
30. Методы интегрирования: замена переменной.
31. Методы интегрирования: интегрирование по частям.
32. Определенный интеграл. Геометрический смысл.
33. Свойства определенного интеграла.
34. Формула Ньютона-Лейбница.
35. Несобственные интегралы. Сходимость и расходимость несобственных интегралов.
36. Производные функции нескольких переменных.
37. Производные сложной функции многих переменных.
38. Производные высших порядков функции многих переменных.
39. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума.
40. Локальный условный экстремум функции многих переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума.
41. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции нескольких переменных в ограниченной замкнутой области.

#### Вопросы по теме Теория вероятностей и математическая статистика

1. Случайное событие.
2. Вероятность случайного события. Классический, геометрический и статистический подходы к определению вероятности.
3. Вычисление вероятности на основе формул комбинаторики (перестановки, размещения и сочетания).
4. Урновая схема (гипергеометрическое распределение).
5. Геометрическая вероятность. Формула для вычисления геометрической вероятности, Использование геометрической вероятности в задаче о встрече.
6. Алгебра событий. Операций сложения и умножения событий; свойства этих операций.
7. Описание более сложных событий на основе исходных событий с помощью действий над событиями.
8. Теорема сложения и теорема умножения вероятностей.
9. Зависимые и независимые события.
10. Формула полной вероятности.
11. Формула Байеса.
12. Повторные независимые испытания (схема Бернулли и формула Бернулли).
13. Частные случаи схемы Бернулли.
14. Наивероятнейшее число успехов.
15. Дискретные и непрерывные случайные величины.
16. Закон распределения случайной величины. Функция распределения случайной величины. Ее свойства.
17. Плотность вероятности (плотность распределения). Ее свойства.
18. Числовые характеристики случайной величины – математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение; их свойства.
19. Экономический смысл математического ожидания и стандартного отклонения.
20. Другие числовые характеристики случайных величин – квантили, мода и медиана.
21. Биномиальный закон распределения случайных величин.
22. Распределение Пуассона.
23. Равномерный закон распределения; график плотности; математическое ожидание и дисперсия для этого закона.

24. Нормальный закон распределения; график плотности; математическое ожидание и дисперсия для этого закона.
25. Функция Лапласа (интеграл вероятностей) и ее свойства.
26. Показательный (экспоненциальный) закон распределения; график плотности; математическое ожидание и дисперсия для этого закона.
27. Характеристическое свойство показательного закона распределения.
28. Связь показательного закона распределения с законом Пуассона.
29. Распределение случайной величины, являющейся суммой двух независимых случайных величин (композиция законов распределения); устойчивость нормального закона распределения.
30. Смысл закона больших чисел. Проявление закона больших чисел в практических ситуациях.
31. Неравенство Маркова.
32. Неравенство Чебышева.
33. Следствие закона больших чисел – теорема Бернулли.
34. Смысл центральной предельной теоремы.
35. Реализация центральной предельной теоремы в практических задачах.
36. Интегральная теорема Муавра-Лапласа как следствие центральной предельной теоремы.
37. Многомерные случайные величины; законы распределения многомерных случайных величин; свойства многомерной функции распределения.
38. Условное распределение случайной величины.
39. Зависимость и независимость случайных величин.
40. Стохастические зависимости двух случайных величин.
41. Ковариация и коэффициент корреляции. Их свойства.
42. Условные математические ожидания.
43. Уравнение простой парной регрессии.
44. Понятие случайной выборки и первичная обработка статистических данных: вариационные ряды, кумулята, гистограмма.
45. Точечные оценки для характеристики центральной тенденции распределения – среднее арифметическое выборки, мода, медиана.
46. Характеристики изменчивости – выборочная дисперсия, выборочное стандартное отклонение, коэффициент вариации ряда.
47. Требования к точечным оценкам параметров генеральной совокупности (несмещенность, эффективность, состоятельность, устойчивость); выполнение этих требований для известных точечных оценок основных параметров генеральной совокупности.
48. Методы получения доброкачественных точечных оценок параметров генеральной совокупности (метод наибольшего правдоподобия, метод наименьших квадратов, метод моментов).
49. Предельная ошибка выборки (точность оценки).
50. Идея, заложенная в методе получения доверительного интервала.
51. Интервальные оценки параметров нормально распределенной генеральной совокупности (среднего, стандартного отклонения, вероятности биномиального закона распределения).
52. Определение объема выборки, обеспечивающей заданную предельную ошибку выборки.
53. Статистическая гипотеза.
54. Основная и альтернативная гипотезы.
55. Параметрические и непараметрические гипотезы, простые и сложные гипотезы.
56. Процедура проверки статистической гипотезы.
57. Критическая область гипотезы, уровень значимости, уровень доверия.
58. Ошибки первого и второго рода.

59. Проверка гипотезы о числовом значении генерального среднего.
60. Проверка гипотезы о числовом значении генеральной доли.
61. Проверка гипотезы о равенстве генеральных средних.
62. Проверка гипотезы о равенстве долей признаков.
63. Коэффициент корреляции Пирсона. Проверка гипотезы о значимости коэффициента корреляции Пирсона.
64. Ранговая корреляция. Коэффициент ранговой корреляции Спирмена.
65. Критерий знаков.

### **9.3 Примеры заданий промежуточного /итогового контроля**

Примеры заданий текущего, промежуточного и итогового контроля приводятся в системе LMS.

## **10. Учебно-методическое и информационное обеспечение**

### **дисциплины**

#### **10.1 Базовые учебники**

1. Общий курс высшей математики для экономистов: Учебник/Под ред. В.И. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 1999.
2. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Симонова Г.И. Н.Ш. Теория вероятностей: учебник для экономических и гуманитарных специальностей. М.: МЦНМО, 2009. – 256 с.
3. Красс М.С. Математика для экономических специальностей: Учебник. М.: ИНФРА-М, 1998.
4. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник. М.: Дело, 2000.
5. Макаров А.А., Пашкевич А.В. Задачник по теории вероятностей для студентов социально-гуманитарных специальностей М.: МЦНМО, 2015.
6. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А. Статистический анализ данных на компьютере. М.: ИНФРА-М, 1998. Или более позднее издание: Тюрин Ю.Н., Макаров А.А. Статистический анализ данных на компьютере. М.: ИД Форум, 2008.
7. Пашкевич А.В. Теория вероятностей и математическая статистика для социологов и менеджеров./ под ред. А.А.Макарова – М.: «Академия», 2014 – 336 с.

#### **10.2 Основная литература**

1. Логвенков С.А. Мышкис П.А , Самовол В.С. Сборник задач по высшей математике. Учебное пособие для студентов социально-управленческих специальностей. М. : МЦНМО, 2014 (в электр. Форме – сайт НИУ ВШЭ).
2. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Учебник. М.: Высшая школа, 1998.
3. Кузнецов Б.Т. Математика: Учебник для студентов вузов, обучающихся по специальностям экономики и управления. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004.
4. Сборник задач по высшей математике для экономистов: Учебное пособие/ Под ред. В.И. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2001.

5. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике: Учебное пособие для вузов. М.: Высшая школа, 2001.
6. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика. Основы эконометрики. Т.1: Теория вероятностей и прикладная статистика. М.: ЮНИТИ, 2001.
7. Доугерти К. Введение в эконометрику: Учебник – М.: ИНФРА – М, 1999 – 465 с.
8. Кимбл Г. Как правильно пользоваться статистикой. – М.: Финансы и статистика, 1982.
9. Клима Р.Э., Ходж Дж.К. Математика выборов. – М.: МЦНМО, 2007.
10. Сирл С., Госман У. Матричная алгебра в экономике. М.: Статистика, 1974
11. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Высоцкий И.Р., Яценко И.В. Теория вероятностей и статистика. Экспериментальное учебное пособие для 10 и 11 классов общеобразовательных учреждений. М.: МЦНМО, 2014 – 248 с.
12. Индекс Т. Ванханена (ID) <http://www.prio.no/CSCW/Datasets/Governance/Vanhanens-index-of-democracy/>
13. Индекс трансформации Фонда Бертельсмана <http://www.bti-project.de/>
14. Проект Freedom House – «Freedom in the World» <http://www.freedomhouse.org/report/freedom-world/freedom-world-2012>
15. Corruption Perception Index by Transparency International <http://www.transparency.org/country>
16. Doing Business <http://www.doingbusiness.org/>
17. Polity IV <http://www.systemicpeace.org/polity/polity4.htm>
18. Worldwide Governance Indicators <http://info.worldbank.org/governance/wgi/index.asp>

### 10.3 Дополнительная литература

1. Бугров Я.С. Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление: Учебник. М.: Наука, 1988.
2. Бугров Я.С. Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебник для вузов. М.: Наука, 1988.
3. Бурмистрова Е.Б., Лобанов С.Г. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии: Учебное пособие. М.: Изд-во ГУ-ВШЭ, 1998.
4. Высшая математика для менеджера: Учебное пособие для вузов / Под ред. В.В. Лебедева. М.: Финстатинформ, 1999.
5. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов / Под ред. Н.Ш. Кремера. М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1998.
6. Грес П.В. Математика для гуманитариев: Учебное пособие. М.: Юрайт, 2000.
7. Григорьев С.Г. Линейная алгебра: Учебное пособие по высшей математике. М: ИВЦ Маркетинг, 1999.
8. Григорьев С.Г. Векторная алгебра и аналитическая геометрия: Учебное пособие по высшей математике. М.: ИВЦ Маркетинг, 2000.
9. Ерусалимский Я.М. Дискретная математика: теория, задачи, приложения. М.: Вузовская книга, 1999.
10. Жак С.В. Математические модели менеджмента и маркетинга. Ростов-на-Дону:



- ЛаПО,1997.
11. Замков О.О., Черемных Ю.Н., Толстопятенко А.В. Математические методы в экономике: Учебник. М.: Дело и Сервис,1999.
  12. Зимина О.В., Кириллов А.И., Сальникова Т.А. Высшая математика: Решебник. М.: Физматлит, 2000.
  13. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. М.: Айрис-пресс, 2002.
  14. Клиот-Дашинский М.И. Алгебра матриц и векторов: Учебник. СПб.: Лань, 2001.
  15. Коваленко Е.В., Попов В.Ю. Алгебра и анализ: Учебно-методическое пособие. М.: Изд-во ГУ ВШЭ, 2002.
  16. Колесников А.Н. Краткий курс математики для экономистов: Учебное пособие. М.: ИНФРА-М, 1998.
  17. Колягин Ю.М., Луканкин Г.Л., Яковлев Г.Н. Математика. Алгебра и элементарные функции: Учебное пособие. Ч. 1. М.: Агар, 1999.
  18. Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики: Учебное пособие для вузов. М.: Наука, 1989.
  19. Кустов Ю.А., Юмагулов М.Г. Математика. Основы математического анализа: теория, примеры, задачи. Домашний репетитор для студентов. М.: Рольф: Айрис-пресс, 1998.
  20. Малыхин В.И. Математика в экономике: Учебное пособие: М.: ИНФРА-М, 1999.
  21. Матвеев Н.М. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Учебное пособие. СПб.: Специальная литература, 1996.
  22. Натансон И.П. Краткий курс высшей математики. СПб.: Лань, 2001.
  23. Письменный Д.Т. Высшая математика. 100 экзаменационных ответов. 1 курс. Домашний репетитор для студентов. М.: Рольф: Айрис-пресс,1999.
  24. Практикум по высшей математике для экономистов: Учебное пособие для вузов / Кремер Н.Ш., Тришин И.М., Путко Б.А. и др.; Под ред. проф. Н.Ш. Кремера. М.: ЮНИТИ-ДАНА,2002.
  25. Сборник задач по высшей математике для экономистов: Учебное пособие/ Под ред. А.В. Ефимова и Б.П. Демидовича. Ч.1. М.: Наука, 1993.
  26. Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В., Шандра И.Г. Математика в экономике: Учебник. В 2 ч. Ч.1. М.: Финансы и статистика, 2000.
  27. Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В., Шандра И.Г. Математика в экономике: Учебник. В 2 ч. Ч.2. М.: Финансы и статистика, 1999.
  28. Сюдсетер К., Стрем А., Берк П. Справочник по математике для экономистов. СПб.: Экономическая школа, 2000.

29. Шикин Е.В., Шикина Г.Е. Гуманитариям о математике. Пути знакомства. Основные понятия. Методы. Модели. М.: Агар, 1999.
30. Шикин Е.В., Чхартишвили А.Г. Математические методы и модели в управлении: Учебное пособие. М.: Дело, 2000.
31. Шипачев В.С. Высшая математика: Учебник для вузов. М.: Высшая школа, 1998.
32. Шипачев В.С. Основы высшей математики: Учебное пособие для вузов. М.: Высшая школа, 1998.
33. Anthony M., Biggs N. Mathematics for Economics and Finance. Methods and Modelling. Cambridge: CUP, 1996.
34. Chiang A. C. Fundamental Methods of Mathematical Economics. N.Y.: McGraw – Hill, 1984.
35. Fuente A. Mathematical Methods and Models for Economists. Cambridge: CUP, 2000.
36. Simon C.P., Blume Z. Mathematics for Economists. W.W. Norton and Company, 1994.
37. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика в задачах и упражнениях. М.: ЮНИТИ, 2001.
38. Анастаси Анна, Урбина Сьюзан. Психологическое тестирование. 7-е международное издание. С.-Петербург: Питер, 2001.
39. Аронович А.Б., Афанасьев М.Ю., Суворов Б.П. Сборник задач по исследованию операций. М.: Изд-во МГУ, 1997.
40. Байе Майкл Р. Управленческая экономика и стратегия бизнеса. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 1999.
41. Болч Бен У., Хуань Клифф Дж. Многомерные статистические методы для экономики. М.: Статистика, 1979.
42. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. М.: Наука, 1983.
43. Боровков А.А. Теория вероятностей. М.: Эдиториал УРСС, 2003.
44. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория вероятностей. Математическая статистика: Учебное пособие. М.: Гардарики, 1998.
45. Ватугин В.А. и др. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах. М.: Агар, 2003.
46. Велько И.В., Свирид Г.П.. Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры и задачи. Минск: Новое знамя, 2004.
47. Вероятность и математическая статистика: Энциклопедия / Гл. ред. Ю.В.Прохоров. М.: Большая Российская энциклопедия, 1999.
48. Гнеденко Б.В. Очерк по истории теории вероятностей. М.: Эдиториал УРСС, 2001.
49. Гнеденко Б.В., Хинчин А.Я. Элементарное введение в теорию вероятностей. М.: Наука, 1964; Эдиториал УРСС, 2003.
50. Дубров А.М., Лагоша Б.А., Хрусталева Е.Ю. Моделирование рискованных ситуаций в экономике и бизнесе: Учебное пособие. М.: Финансы и статистика, 2001.
51. Дэвис Джоэл Дж. Исследования в рекламной деятельности: теория и практика. М.: ИД «Вильямс», 2003.
52. Кендалл М.Дж., Стьюарт А. Статистические выводы и связи. М.: Наука, 1973.
53. Количественные методы в экономических исследованиях. Под ред. М.В. Грачевой и др. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004.
54. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей. М.: Наука, 1974.
55. Коваленко И.Н., Филиппова А.А. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высшая школа, 1982.
56. Лунеев В.В. Юридическая статистика: Учебник. М.: Юристъ, 1999.

57. Малхотра Н.К. Маркетинговые исследования. Практическое руководство. М.: Вильямс, 2003.
58. Очерки по истории математики / Под ред. Б.В.Гнеденко. М.: Изд-во МГУ, 1997.
59. Плаус Скотт. Психология оценки и принятия решений. М.: ИИД «Филинь», 1998.
60. Прикладной статистический анализ: Учебное пособие для вузов / Колл. авт. Алексахин С.В., Балдин А.В. и др. М.: «Издательство ПРИОР», 2001.
61. Рунион Р. Справочник по непараметрической статистике. М.: Финансы и статистика, 1982.
62. Рыжиков Ю.И. Теория очередей и управление запасами. Серия «Учебники для ВУЗов». С.-Петербург: Питер, 2001.
63. Сачков Ю.В. Вероятностная революция в науке (Вероятность, случайность, независимость, иерархия). М.: Научный мир, 1999.
64. Сно К.К. Управленческая экономика. М.: ИНФРА-М, 2000.
65. Секей Габор. Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике. М. Ижевск: Изд-во Института компьютерных исследований, 2003.
66. Севастьянов Б.А. Курс теории вероятностей и математической статистики. М.: Наука, 1982.
67. Стоянов Йордан. Контрпримеры в теории вероятностей. М.: Факториал, 1999.
68. Таха Хэмди А. Введение в исследование операций. М.: ИД «Вильямс», 2001.
69. Теория статистики. Классический университетский учебник. Под ред. проф. Громова Г.Л. М.: ИНФА-М, 2005
70. Теория статистики с основами теории вероятностей: Учебное пособие для ВУЗов / Колл. авт., под ред. И.И.Елисейевой. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001.
71. Трояновский В.М. Математическое моделирование в менеджменте. Учебное пособие. М.: Русская деловая литература, 1999.
72. Тюрин Ю.Н. Непараметрические методы статистики. М.: Знание. 1978.
73. Фабозци Фрэнк Дж. Управление инвестициями. Университетский учебник. М.: ИНФРА-М, 2000.
74. Феллер Вильям. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т.1. М.: Мир, 1984.
75. Франк Роберт Х. Микроэкономика и поведение. Университетский учебник. М.: ИНФРА-М, 2000.
76. Ханк Джон Э., Уичерн Дин У., Райтс Артур Дж. Бизнес-прогнозирование. М.: ИД «Вильямс», 2003.
77. Хеллевик Отгар. Социологический метод. М.: Весь Мир, 2002.
78. Холлендер М., Вулф Д.А. Непараметрические методы статистики. М.: Финансы и статистика, 1983.
79. Чернов Г., Мозес Л. Элементарная теория статистических решений. М.: Советское радио, 1962.
80. Чейз Ричард Б., Эквилайн Николас Дж., Якобс Роберт Ф. Производственный и операционный менеджмент. М.: ИД «Вильямс», 2003.
81. Черчилль Гильберт А. Маркетинговые исследования. С.-Петербург: Питер, 2002.
82. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей. 5-е издание. М.: Агар, 2000.
83. Шарп У.Ф., Александер Г.Дж., Бэйли Дж.В. Инвестиции: Университетский учебник. М.: ИНФРА-М, 1998.
84. Шведов А.С. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебное пособие для студентов экономических специальностей. М.: Изд-во ВШЭ, 1995.
85. Шикин Е.В., Чхартишвили А.Г. Математические методы и модели в управлении. Классический университетский учебник. М.: Дело, 2004.
86. Эддоус М., Стэнфилд Р. Методы принятия решений. М.: Аудит, ЮНИТИ, 1997.
87. Hogg Robert V., Craig Allen T. Introduction to Mathematical Statistics. 5<sup>th</sup> edition. USA: Prentice-Hall, Inc., 1995.

88. Kadane Joseph B., et al. Rethinking the Foundations of Statistics. (Carnegie Mellon Univ.) UK: Cambridge University Press, 2000.
89. Neter John, Wasserman William, Kutner Michael H. Applied Linear Statistical Models. 3<sup>rd</sup> edition. USA: IRWIN, Inc., 1990.

## **11. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Для изучения дисциплины студентам необходимы стол, стул, ручка, карандаш и бумага, калькулятор.