



Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»  
Программа дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» для  
направления 080200.62 – Менеджмент; профиль специальных дисциплин «Логистика  
и управление цепями поставок» подготовки бакалавра

## Правительство Российской Федерации

### Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики"

Факультет бизнеса и менеджмента  
Общеуниверситетская кафедра высшей математики

#### Программа дисциплины

## Теория вероятностей и математическая статистика

Профиль специальных дисциплин «Логистика и управление цепями  
поставок» Квалификация - бакалавр

Автор программы: Руденко В.А., к.э.н.

Одобрена на заседании кафедры высшей математики «\_\_»\_\_\_\_\_ 2017 г.  
Зав. кафедрой Макаров А.А.

Рекомендована секцией УМС «\_\_»\_\_\_\_\_ 2017 г.  
Председатель

Утверждена УС факультета Логистики «\_\_»\_\_\_\_\_ 2017 г.  
Ученый секретарь

Москва, 2017

## Пояснительная записка

### **1. Область применения и нормативные ссылки**

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студентов, а также определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Изучение дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» требует помимо предварительных знаний, полученных в общеобразовательной средней школы, освоения такой дисциплины как Математика (высшая математика), читаемой студентам первого курса факультета Логистики.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов профиля специальных дисциплин «Логистика и управление цепями поставок», подготовка бакалавра.

### **2. Цели освоения дисциплины**

Целями освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» являются:

- овладение основными знаниями по теории вероятностей и математической статистике, что формирует у студентов высокую математическую культуру, включающую указанную область математики;

- формирование у студентов специальных профессиональных знаний и вероятностно-статистического мышления, необходимых для успешной исследовательской, аналитической и прикладной работы в современных областях социально-экономического и управленческого анализа;

- ясное понимание того, как знания, полученные в ходе изучения дисциплины, применяются в конкретных прикладных задачах.

Для реализации поставленных целей в ходе освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» решается задача обеспечения прочного и широкого математического образования студентов экономических специальностей. В частности, новые важные выводы теории вероятностей и математической статистики получены на основе использования приобретенных знаний по высшей математике. Фундаментальность подготовки обеспечивается привлечением общих математических, а также вероятностных понятий и конструкций, достаточной строгостью изложения материала на основе современного математического языка. Помимо формального аспекта изложения дисциплины важно подчеркнуть практическую направленность курса, что достигается обязательным использованием изучаемых математических моделей в реальных прикладных задачах как во время чтения лекций, так и при проведении практических занятий. Полная обеспеченность курса учебными пособиями позволяет стимулировать самостоятельную работу студентов, существенно увеличивая тем самым значительный охват рассматриваемой проблематики. Лекции и практические занятия дополнены проведением контрольных мероприятий (домашние задания и контрольные работы).

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» студенты должны:

- знать и уметь использовать понятийный аппарат, математические модели и подходы данной дисциплины для решения прикладных задач экономики, менеджмента, логистики;
- иметь представление о вероятностном моделировании простейших экономических проблем и содержательно интерпретировать получаемые количественные результаты как результат их решения;
- уметь выполнять первоначальную обработку статистической информации, грамотно интерпретировать полученные результаты, получая важные для практической деятельности выводы;
- уметь применять некоторые современные приемы анализа статистической информации;
- овладеть навыками самостоятельной работы и постоянно повышать уровень знаний, изучая все более сложные модели стохастических явлений современной экономики, менеджмента и логистики.

В результате освоения дисциплины студент осваивает следующие компетенции:

Компетенция	Код по ФГОС/ НИУ	Основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
Способен учиться, приобретать новые знания, умения	СК-Б 1	Показателем освоения являются оценки текущего, промежуточного контроля и итогового контроля, выполненные студентом необязательные (добровольные, дополнительные) домашние задания	Лекции, семинарские занятия, домашние задания, посещение факультатива по дисциплине
Способен решать проблемы в профессиональной деятельности на основе анализа и синтеза	СК-Б4	Показателем освоения являются оценки текущего, промежуточного контроля и итогового контроля, выполненные студентом необязательные (добровольные, дополнительные) домашние задания	Лекции, семинарские занятия, домашние задания, посещение факультатива по дисциплине

Способен работать с информацией: находить,	СК-Б6	Показателем освоения являются оценки текущего,	Лекции, семинарские занятия, домашние
--	-------	--	---------------------------------------

Компетенция	Код по ФГОС/ НИУ	Основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
оценивать и использовать информацию из различных источников, необходимую для решения научных и профессиональных задач		промежуточного контроля и итогового контроля, выполненные студентом необязательные (добровольные, дополнительные) домашние задания	задания, посещение факультатива по дисциплине

#### 4. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к циклу Математических и естественнонаучных дисциплин, базовая часть, обеспечивающих подготовку бакалавров.

Изучение данной дисциплины базируется на дисциплине Математика (высшая математика).

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

- экономическая теория (микроэкономика -1)
- экономическая теория (макроэкономика -1)
- экономическая теория (микроэкономика -2)
- экономическая теория (макроэкономика -2)
- моделирование и управление
- методы анализа данных и эконометрика
- математические методы в логистике.

#### 5. Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела	Всего часов	Аудиторные часы		Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	
<b>1</b>	<b>Теория вероятностей</b>				
1.1	История развития и основные понятия теории вероятностей	9	2	1	6
1.3	Испытания Бернулли, формула Бернулли	11	2	1	8
№	Название раздела	Всего часов	Аудиторные часы		Самостоя-

			Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа
1.4	Случайные величины и их числовые характеристики. Применение числовых характеристик в социально-экономических исследованиях	22	4	2	16
	<b>Первая промежуточная контрольная работа</b>	2	2		
1.5	Наиболее часто используемые законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин. Применение этих законов для решения реальных задач экономического и социологического характера	30	6	6	18
1.6	Предельные теоремы теории вероятностей	14	3	1	10
1.7	Многомерная случайная величина. Линейный коэффициент корреляции	17	3	2	12
<b>2</b>	<b>Элементы математической статистики</b>				
2.1	Основы выборочного метода	15	4	1	10
	<b>Вторая промежуточная контрольная работа</b>	2	2		
2.2	Точечные и интервальные оценки параметров генеральной совокупности	28	6	6	16
2.3	Проверка некоторых статистических гипотез	40	6	10	24
	<b>Итого</b>	<b>190</b>	<b>40</b>	<b>30</b>	<b>120</b>

## 6. Формы контроля знаний студентов

При изучении дисциплины предусмотрены две промежуточные контрольные работы и одно домашнее задание как формы промежуточного контроля. Первая промежуточная контрольная работа проводится в конце второго модуля, вторая промежуточная контрольная работа проводится в середине третьего модуля. Домашнее задание выдается в середине третьего модуля (ориентировочно оно должно быть выполнено в течение двух недель). В конце третьего модуля проводится итоговая контрольная работа.

Тип контроля	Форма контроля	модули		Параметры
		2	3	
Текущий	Контрольная работа	1к.р.	1к.р.	Письменная работа 80 минут
	Домашнее задание		1д.з.	
Итоговый	Экзамен		1экз.	Письменная работа 120 минут; проверяется преподавателями за время, не превышающее пять дней

### **Пояснения:**

1. Переписывание промежуточных контрольных работ или написание контрольных работ в дополнительное время не допускается (их пишут только во время, предусмотренное учебным планом). При неявке на контрольную работу выставляется 0 баллов за эту часть отчетности независимо от причины неявки.

2. Домашнее задание заключается в самостоятельном решении студентом нескольких задач, которые выдает студенту преподаватель. В домашнем задании, которое сдается преподавателю для проверки, должно содержаться подробное решение задач с пояснениями, причем пояснения должны быть аккуратно написаны от руки, а лучше - напечатаны.

3. Результаты текущего контроля *не* могут служить основанием для недопуска студента к итоговой (экзаменационной) контрольной работе.

4. На основании нового положения об организации контроля знаний в Высшей школе экономики оценка за итоговую контрольную работу не является блокирующей. Таким образом, если студент получает за итоговую (экзаменационную) контрольную работу неудовлетворительную оценку, но при этом вычисленная по определенной формуле окончательная оценка (см. пункт 10) оказывается положительной (удовлетворительной и выше), то студент получает по дисциплине данную положительную оценку.

5. Пересдача по одной и той же дисциплине допускается не более двух раз по обычной процедуре. Вторая пересдача экзамена принимается комиссией в составе трех человек. Процедура первой пересдачи соответствует процедуре сдачи экзамена. Пересдаче подлежит только оценка, полученная на экзамене (на итоговой контрольной работе). Ранее накопленная оценка не может меняться.

При проведении второй пересдачи не учитываются результаты ранее накопленной оценки. Оценка выставляется на основании только данного экзамена, который может быть проведен как в письменной, так и в устной форме. Оценка выставляется на основе коллегиального решения членов комиссии. *Примечание:* допускается проведение второй пересдачи в письменной форме одним преподавателем. Единая оценка работы каждого студента выставляется на основе мнения по работе трех преподавателей.

## 6.1 Критерии оценки знаний, навыков

По всем формам отчетности оценки выставляются по 10-балльной шкале, при этом оценки могут быть дробными, округление проводится до первой цифры после запятой. При выставлении итоговой оценки производится округление до целого числа по обычным арифметическим правилам (если дробная часть оценки равна 0.5 или более, то округление производится в большую сторону). При выставлении накопленной оценки и оценки за экзаменационную контрольную работу в ведомость также производится их округление до целого числа по обычным арифметическим правилам.

Перевод в 5-балльную шкалу из 10-балльной шкалы осуществляется согласно следующему правилу:

- $0 \leq Z < 4$  неудовлетворительно,
- $4 \leq Z < 6$  удовлетворительно,
- $6 \leq Z < 8$  хорошо,
- $8 \leq Z \leq 10$  отлично.

## 7. Содержание дисциплины

### Раздел 1. Теория вероятностей

#### **Тема 1.1. История развития и основные понятия теории вероятностей.**

Интуитивные предпосылки теории вероятностей. Предмет теории вероятностей. Краткие исторические сведения. Теория вероятностей в научных исследованиях и в решении практических задач.

Случайный эксперимент и его описание. Элементарные исходы (события) случайного эксперимента (вероятностное пространство). Случайное событие как подпространство элементарных исходов случайного эксперимента. Равновозможные элементарные исходы. Благоприятствующие элементарные исходы. Формирование подпространства элементарных исходов в разных задачах.

Классификация случайных событий: достоверное, невозможное события; событие, противоположное данному событию; совместное и несовместное события. Действия над событиями. Алгебра событий. Диаграммы Эйлера-Венна. Свойства операций сложения и умножения. Примеры формирования сложных событий на основе исходных простых событий.

#### **Материал по теме:**

Базовый учебник: Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Симонова Г.И.: Г.1§1.1; §1.2; §2.5.

Базовый задачник: Макаров А.А., Пашкевич А.В. §1, §3.



## **Тема 1.2. Вероятности случайных событий. Основные теоремы теории вероятностей.**

Численная мера возможности наступления случайного события. Классический и статистический подходы к определению вероятности события.

Геометрическая вероятность. Формула для вычисления геометрической вероятности. Ограничения, присущие этой формуле.

Элементы комбинаторики. Перестановки. Размещения. Сочетания. Свойства биномиальных коэффициентов. Использование методов комбинаторики для вычисления вероятностей событий. Урновая модель (гипергеометрическое распределение). Обобщение урновой модели.

Теорема сложения вероятностей. Теорема умножения вероятностей. Зависимые и независимые события. Условная вероятность.

Вычисление вероятностей сложных событий на основе теорем сложения и умножения вероятностей.

Формула полной вероятности. Формула Байеса (теорема гипотез).

### **Материал по теме:**

Базовый учебник: Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Симонова Г.И.: Г.1 §2.1-2.3, §3.1, 3.3-3.5.

Базовый задачник: Макаров А.А., Пашкевич А.В. §2, §3, §4.

## **Тема 1.3. Испытания Бернулли. Формула Бернулли**

Повторные независимые испытания (схема Бернулли). Успех и неудача. Число успехов в испытаниях Бернулли. Формула вычисления вероятности возникновения конкретного числа успехов в серии испытаний заданной длины (формула Бернулли). Частные случаи формулы. Наивероятнейшее число успехов.

### **Материал по теме:**

Базовый учебник: Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Симонова Г.И.: Г.1 §3.2.

Базовый задачник: Макаров А.А., Пашкевич А.В. §5.

## **Тема 1.4. Случайные величины и их числовые характеристики. Применение числовых характеристик в социально-экономических исследованиях.**

Детализация математической модели случайного явления и концепция случайной величины. Случайная величина как функция от элементарных исходов эксперимента, определенная на вероятностном пространстве.

Дискретная и непрерывная случайные величины. Ряд распределения и функция распределения случайной величины. Свойства функции распределения случайной величины. Плотность вероятности (плотность распределения). Свойства плотности вероятности. Числовые

характеристики случайных величин – математическое ожидание, дисперсия, стандартное отклонение; их смысловая нагрузка, свойства, вычисление этих величин на основе статистических данных. Экономический смысл математического ожидания и стандартного отклонения.

Другие числовые характеристики случайных величин (квантили, мода, медиана).

**Материал по теме:**

Базовый учебник: Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Симонова Г.И.: Г.2 §1, §2.

Базовый задачник: Макаров А.А., Пашкевич А.В. §6, §9.

**Тема 1.5. Наиболее часто используемые законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин. Применение этих законов для решения реальных задач экономического и социологического характера.**

Случайные величины, подчиняющиеся законам распределения Бернулли и Пуассона. Вычисление математического ожидания и стандартного отклонения для указанных законов.

Случайные величины, подчиняющиеся равномерному, показательному распределениям. Вычисление математического ожидания и стандартного отклонения для перечисленных законов.

Поток событий. Простейший (стационарный пуассоновский) поток событий. Связь показательного закона распределения и закона распределения Пуассона.

Нормальный закон распределения. Математическое ожидание и стандартное отклонение  $\sigma$  для нормального закона. График плотности. Стандартное нормальное распределение. Вычисление вероятности попадания нормальной случайной величины в заданный интервал. Функция Лапласа (интеграл вероятностей); ее свойства. Применение таблиц функции Лапласа для вычисления вероятности попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал. Правило трех  $\sigma$ .

Композиция законов распределения. Свойство устойчивости некоторых законов распределения. Устойчивость нормального закона распределения.

Закон распределения Стьюдента.

Применение введенных ранее законов распределения случайных величин для вычисления вероятностей событий в задачах экономической и социологической проблематики.

**Материал по теме:**

Базовый учебник: Кремер Н.Ш.: §4.1- §4.9.

Базовый задачник: Ниворожкина Л.И. и др.: §4.1 - §4.3; §5.1 - §5.2.

**Тема 1.6. Предельные теоремы теории вероятностей.**

Неравенство Маркова (лемма Чебышева). Неравенство Чебышева.

Смысл закона больших чисел. Доказательство закона больших чисел в форме Чебышева. Его обобщение на случай зависимых случайных величин. Следствия закона больших чисел: теоремы Бернулли и Пуассона.

Формулировка и содержание центральной предельной теоремы. Интегральная теорема Муавра-Лапласа как следствие центральной предельной теоремы.

Применение закона больших чисел и центральной предельной теоремы в прикладных задачах: контроль качества продукции, задачи массового обслуживания, задачи страхования, маркетинговые исследования.

**Материал по теме:**

Базовый учебник: Кремер Н.Ш.: §6.1 - §6.5, Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Симонова Г.И.: Г. 4.

Базовый задачник: Ниворожкина Л.И. и др.: тема отсутствует; для решения могут быть использованы задачи, выложенные на персональной странице автора в нескольких методических пособиях, написанных коллективом авторов (сайт общеуниверситетской кафедры высшей математики).

### **Тема 1.7. Многомерная случайная величина. Линейный коэффициент корреляции.**

Многомерная случайная величина (случайный вектор). Закон распределения многомерной случайной величины. Функция распределения многомерной случайной величины. Двумерная нормальная случайная величина.

Линейный коэффициент корреляции как параметр, характеризующий тесноту линейной связи двух случайных величин. Уравнение простой парной регрессии.

**Материал по теме:**

Базовый учебник: Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Симонова Г.И.: Г. 2 §3.1-3.5.

Базовый задачник: Макаров А.А., Пашкевич А.В. §8.

## **Раздел 2. Элементы математической статистики**

### **Тема 2.1. Основы выборочного метода.**

Задачи математической и прикладной статистики. Генеральная совокупность. Случайная выборка. Повторные и бесповторные выборки. Репрезентативность выборки. Вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения. Графическое изображение вариационного ряда: полигон, гистограмма, кумулята.

Характеристики центральной тенденции (среднее арифметическое, мода, медиана, среднее геометрическое). Показатели вариации ряда (размах, выборочная дисперсия, выборочное стандартное отклонение, коэффициент вариации). Закон корня квадратного для стандартной ошибки среднего.

**Материал по теме:**

Базовый учебник: Тюрин Ю.Н., Макаров А.А.: §1.8

Базовый задачник: Ниворожкина Л.И. и др.: §6.1-6.2.

## **Тема 2.2. Точечные и интервальные оценки параметров генеральной совокупности.**

Точечные оценки параметров генеральной совокупности. Требования, предъявляемые к точечным оценкам (несмещенность, эффективность, состоятельность, устойчивость). Метод наибольшего правдоподобия, метод наименьших квадратов и метод моментов как методы получения точечных оценок параметров генеральной совокупности. Наилучшие оценки математического ожидания, дисперсии, генеральной доли.

Понятие интервального оценивания параметров генеральной совокупности. Доверительная вероятность и предельная ошибка выборки (точность оценки). Идея построения доверительного интервала. Построение доверительных интервалов для генерального среднего или математического ожидания (при известной и неизвестной дисперсии) и вероятности биномиального закона распределения или генеральной доли изучаемого признака.

Объем выборки, обеспечивающий заданную предельную ошибку выборки.

### **Материал по теме:**

Базовый учебник: Кремер Н.Ш.: §9.1 - §9.7; Тюрин Ю.Н., Макаров А.А.: §4.3 - §4.6.

Базовый задачник: Ниворожкина Л.И. и др.: §7.1-7.5.

## **Тема 2.3. Проверка некоторых статистических гипотез.**

Понятие статистической гипотезы. Основная (нулевая) и альтернативная (конкурирующая) гипотезы, параметрические и непараметрические гипотезы, простые и сложные гипотезы. Критерий. Ошибки первого и второго рода. Критическая область и область принятия гипотезы. Уровень доверия и уровень значимости. Двусторонние, правосторонние, левосторонние критические области. Процедура проверки параметрической гипотезы.

Проверка некоторых гипотез для нормально распределенных генеральных совокупностей: о числовом значении генерального среднего; о числовом значении генеральной доли (или о вероятности биномиального закона распределения), о равенстве генеральных средних, о равенстве генеральных долей.

Коэффициент корреляции Пирсона. Проверка гипотезы о значимости коэффициента корреляции Пирсона.

Коэффициент ранговой корреляции Спирмена. Проверка гипотезы о значимости коэффициента корреляции Спирмена.

Критерий знаков.

### **Материал по теме:**

Базовый учебник: Тюрин Ю.Н., Макаров А.А.: §3.1 - §3.6; Кремер Н.Ш.: §10.1 - §10.8.

Базовый задачник: Ниворожкина Л.И. и др.: §8.1, §9.1 - §9.7; §9.9.

## 8. Образовательные технологии

Лекции читаются с применением показа материала на экране, что достигается использованием программы презентации POWER POINT, а также дополнительного пояснения материала с помощью записи формул на доске. Очень краткое содержание лекций в режиме презентаций выложено на персональной странице автора (сайт общеуниверситетской кафедры высшей математики).

При проведении практических занятий используются активные и интерактивные формы проведения занятий.

## 9. Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

### 9.1 Тематика заданий текущего контроля

#### **Первая промежуточная контрольная работа.**

Возможные темы задач первой промежуточной контрольной работы перечислены ниже:

- Вычисление вероятности случайных событий на основе теорем сложения и умножения вероятностей, формул комбинаторики, урновой модели.
- Геометрическая вероятность.
- Зависимость и независимость случайных событий; условная вероятность.
- Формула полной вероятности, формула Байеса.
- Схема Бернулли; наивероятнейшее число успехов.

#### **Вторая промежуточная контрольная работа:**

Возможные темы задач второй промежуточной контрольной работы перечислены ниже:

- Формула Пуассона.
- Свойства математического ожидания, дисперсии, стандартного отклонения.
- Нормальный закон распределения.
- Равномерный закон распределения.
- Показательный закон распределения
- Свойство устойчивости нормального закона.
- Задачи на использование центральной предельной теоремы, в том числе, на применение интегральной теоремы Муавра-Лапласа.
- Свойства коэффициента корреляции.

#### **3. Домашнее задание:**

Возможные темы задач домашнего задания перечислены ниже:

- Первичная обработка статистической информации.
- Вычисление коэффициента корреляции Пирсона.
- Вычисление рангового коэффициента корреляции Спирмена.
- Вычисление доверительных интервалов для истинных значений параметров генеральной совокупности.
- Проверка некоторых статистических гипотез.

## 9.2 Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

1. Случайное событие.
2. Вероятность случайного события. Классический, геометрический и статистический подходы к определению вероятности.
3. Вычисление вероятности на основе формул комбинаторики (перестановки, размещения и сочетания).
4. Урновая схема (гипергеометрическое распределение).
5. Геометрическая вероятность. Формула для вычисления геометрической вероятности, Использование геометрической вероятности в задаче о встрече.
6. Алгебра событий. Операций сложения и умножения событий; свойства этих операций.
7. Описание более сложных событий на основе исходных событий с помощью действий над событиями.
8. Теорема сложения и теорема умножения вероятностей.
9. Зависимые и независимые события.
10. Формула полной вероятности.
11. Формула Байеса.
12. Повторные независимые испытания (схема Бернулли и формула Бернулли).
13. Частные случаи схемы Бернулли.
14. Наивероятнейшее число успехов.
15. Дискретные и непрерывные случайные величины.
16. Закон распределения случайной величины. Функция распределения случайной величины. Ее свойства.
17. Плотность вероятности (плотность распределения). Ее свойства.
18. Числовые характеристики случайной величины – математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение; их свойства.
19. Экономический смысл математического ожидания и стандартного отклонения.
20. Другие числовые характеристики случайных величин – квантили, мода и медиана.
21. Биномиальный закон распределения случайных величин.
22. Распределение Пуассона.
23. Равномерный закон распределения; график плотности; математическое ожидание и дисперсия для этого закона.
24. Нормальный закон распределения; график плотности; математическое ожидание и дисперсия для этого закона.
25. Функция Лапласа (интеграл вероятностей) и ее свойства.
26. Показательный (экспоненциальный) закон распределения; график плотности; математическое ожидание и дисперсия для этого закона.
27. Характеристическое свойство показательного закона распределения.
28. Связь показательного закона распределения с законом Пуассона.

29. Распределение случайной величины, являющейся суммой двух независимых случайных величин (композиция законов распределения); устойчивость нормального закона распределения.
30. Смысл закона больших чисел. Проявление закона больших чисел в практических ситуациях.
31. Неравенство Маркова.
32. Неравенство Чебышева.
33. Следствие закона больших чисел – теорема Бернулли.
34. Смысл центральной предельной теоремы.
35. Реализация центральной предельной теоремы в практических задачах.
36. Интегральная теорема Муавра-Лапласа как следствие центральной предельной теоремы.
37. Многомерные случайные величины; законы распределения многомерных случайных величин; свойства многомерной функции распределения.
38. Условное распределение случайной величины.
39. Зависимость и независимость случайных величин.
40. Стохастические зависимости двух случайных величин.
41. Ковариация и коэффициент корреляции. Их свойства.
42. Условные математические ожидания.
43. Уравнение простой парной регрессии.
44. Понятие случайной выборки и первичная обработка статистических данных: вариационные ряды, кумулята, гистограмма.
45. Точечные оценки для характеристики центральной тенденции распределения - среднее арифметическое выборки, мода, медиана.
46. Характеристики изменчивости - выборочная дисперсия, выборочное стандартное отклонение, коэффициент вариации ряда.
47. Требования к точечным оценкам параметров генеральной совокупности (несмещенность, эффективность, состоятельность, устойчивость); выполнение этих требований для известных точечных оценок основных параметров генеральной совокупности.
48. Методы получения доброкачественных точечных оценок параметров генеральной совокупности (метод наибольшего правдоподобия, метод наименьших квадратов, метод моментов).
49. Предельная ошибка выборки (точность оценки).
50. Идея, заложенная в методе получения доверительного интервала.
51. Интервальные оценки параметров нормально распределенной генеральной совокупности (среднего, стандартного отклонения, вероятности биномиального закона распределения).
52. Определение объема выборки, обеспечивающей заданную предельную ошибку выборки.
53. Статистическая гипотеза.
54. Основная и альтернативная гипотезы.
55. Параметрические и непараметрические гипотезы, простые и сложные гипотезы.
56. Процедура проверки статистической гипотезы.
57. Критическая область гипотезы, уровень значимости, уровень доверия.
58. Ошибки первого и второго рода.
59. Проверка гипотезы о числовом значении генерального среднего.
60. Проверка гипотезы о числовом значении генеральной доли.
61. Проверка гипотезы о равенстве генеральных средних.
62. Проверка гипотезы о равенстве долей признаков.
63. Коэффициент корреляции Пирсона. Проверка гипотезы о значимости коэффициента корреляции Пирсона.
64. Ранговая корреляция. Коэффициент ранговой корреляции Спирмена.
65. Критерий знаков.

### 9.3 Примеры заданий промежуточного /итогового контроля

#### *Образцы задач первой промежуточной контрольной работы:*

1. На отрезок длиной 10 сантиметров случайным образом бросаются две точки. Найдите вероятность того, что расстояние между точками будет менее трех сантиметров.
2. На плоскость с нанесенной сеткой квадратов со стороной 5см наудачу брошена монета радиуса 2см. Найдите вероятность того, что монета не пересечет ни одну из сторон квадрата.
3. Вероятность получить высокие дивиденды по акциям первого предприятия равна 0.1, второго - 0.2, третьего – 0.25. Определите вероятность того, что акционер, имеющий акции всех предприятий, получит высокие дивиденды: а) по акциям всех предприятий; б) по акциям только одного предприятия; в) по акциям хотя бы одного предприятия.
4. В среднем каждый пятый компьютер фирмы «Рога & Копыта» имеет дефекты. Закуплено шесть компьютеров этой фирмы. Найдите вероятность того, что более одного из шести компьютеров будут иметь дефекты.
5. Известно, что 15% открывающихся малых предприятий прекращают свою деятельность в течение года. а) Какова вероятность того, что из пяти малых предприятий не более двух прекратят свою деятельность в течение года? а) Найдите наименьшее число малых предприятий, которые прекратят свою деятельность, и соответствующую этому вероятность.
6. На фабрике, производящей лазерные диски, первая установка производит 25%, вторая – 35%, третья – 40% всех дисков, причем в их продукции брак составляет соответственно 7%, 8% и 10%. а) Найдите вероятность того, что случайно выбранный диск, изготовленный на этой фабрике, не является бракованным; б) Случайно выбранный диск оказался бракованным. Найдите вероятность того, что этот диск произведен первой установкой.

#### *Образцы задач второй промежуточной контрольной работы:*

1. Случайная величина имеет нормальное распределение с математическим ожиданием 1.7 и стандартным отклонением 4. а) Какова вероятность попадания такой случайной величины в интервал (1; 2)? б) Покажите математическое ожидание и вычисленную вероятность на графике плотности этого нормального распределения.
2. Случайная величина подчинена закону распределения Пуассона, причем интенсивность потока событий равна 7 событий за единицу времени. Найдите вероятность того, что за единицу времени произойдет ровно 5 событий.
3. Имеется простейший поток событий, в котором время между двумя соседними событиями подчиняется показательному закону распределения. Найдите вероятность того, что между двумя последовательными событиями пройдет *менее* 0.2 единиц времени, если интенсивность потока событий такая же, как в предыдущей задаче.



4. Можно считать, что доход фирмы за месяц - нормально распределенная случайная величина со средним значением 3 млн. долл. и стандартным отклонением 0.5 млн. долл. а) Найдите вероятность того, что в следующем месяце доход фирмы будет более 4 млн. долл. б) Напишите формулу плотности распределения этой случайной величины, нарисуйте ее график и покажите на нем вычисленную вероятность.

Контейнер заполняется четырьмя станками. Вес каждого станка и контейнера являются независимыми случайными величинами, имеющими нормальное распределение, причем средний вес каждого станка равен 300 кг, а средний вес контейнера 400 кг; стандартные отклонения соответственно равны 15 кг и 45 кг. Найдите вероятность  $P$  того, что вес заполненного станками контейнера  $Z$  будет выше 1350 кг. Напишите выражение для плотности распределения случайной величины  $Z$  и нарисуйте график плотности распределения. Укажите на нем вычисленную вероятность.

5. Имеется партия в 1800 деталей. Вероятность того, что деталь окажется бракованной, равна 0.02. а) Найдите вероятность того, что количество неисправных деталей будет менее 30. б) Найдите вероятность того, что количество неисправных деталей будет от 30 до 50.

6. Вероятность того, что компакт-диски, подготовленные для записи информации, имеют дефекты, равна 0.01. Для записи взяты 1700 дисков. Найдите вероятность того, что менее 12 дисков будут бракованными.

7. Коэффициент корреляции между случайными величинами  $X$  и  $Y$  равен  $\rho_{XY} = -0.8$ . Найдите коэффициент корреляции  $\rho_{UV}$  между случайными величинами  $U = 2X - 1$  и  $V = -3Y + 2$ , а также дисперсию случайной величины  $Z = X + Y$ , если известно, что  $D(X) = 4$ ,  $D(Y) = 9$ .

**Образцы задач домашнего задания:**

1. Для одной фирмы имеются данные по количеству сделок на продажу товара и затратам фирмы на мониторинг рынка (в тыс. долл.) в течение 5 месяцев:

Месяцы	1	2	3	4	5
Кол-во сделок	5	4	7	8	5
Затраты на мониторинг рынка	4	5	3	2	3

Нанесите на график эти значения. Вычислите коэффициент корреляции Пирсона для данных величин.

2. На фирму были приглашены эксперты для оценки качества работы семи сотрудников. Результаты экспертизы сведены в таблицу (оценки в 10-балльной системе):

Сотрудники	1	2	3	4	5	6	7
Эксперт 1	9	5	3	8	7	6	7
Эксперт 2	10	6	5	9	6	7	8

Определите, согласованы ли оценки экспертов (вычислите коэффициент корреляции Спирмена).

3. Результаты наблюдений двух величин  $X, Y$  приведены в таблице

$X$	6	4	4	3	2	2	2	1
$Y$	2	3	3	4	7	8	9	10

Вычислите коэффициенты корреляции Пирсона и Спирмена, сравните их значения, сделайте выводы. Проверьте гипотезу о равенстве нулю вычисленных коэффициентов с уровнем доверия 99%.

4. За пятнадцать месяцев предприятие получало ежемесячную прибыль (в у.е.): 3; 5; 2; 3; 3; 5; 4; 6; 4; 6; 3; 5; 4; 6; 6. Найдите выборочное среднее и выборочное стандартное отклонение. Постройте эмпирическую функцию распределения прибыли (кумуляту). Найдите выборочную медиану. Проверьте на двух уровнях доверия 90% и 95% утверждение о том, что генеральная средняя ежемесячная прибыль предприятия равна наибольшему значению ежемесячной прибыли по выборке. Найдите доверительный интервал для генерального стандартного отклонения, приняв уровень доверия равным 95%.

5. Средняя зарплата по отрасли составляет 3 у.е. На основе опроса случайно выбранных работников данного предприятия в количестве 12 человек получена следующая информация о величине их зарплаты (в у.е.): 2.5; 2.9; 4.5; 3.9; 3.0; 2.9; 2.8; 2.2; 3.5; 2.9; 2.7; 3.3. Владелец предприятия утверждает, что его работники получают больше, чем в среднем по отрасли. На уровне значимости в 5% проверьте справедливость его утверждения.

### **Образцы задач экзаменационной (итоговой) контрольной работы:**

1. Коэффициент корреляции двух случайных величин, математическое ожидание и стандартное отклонение случайных величин таковы:  $E X = -1$ ,  $\sigma X = 2$ ;  $E Y = 3$ ,  $\sigma Y = 4$ . Для случайной величины  $Z = -4X + 5Y - 12$  найдите математическое ожидание и стандартное отклонение.

2. На основе эксперимента получены шесть пар значений случайных величин X и Y:

X	2	4	6	8	10	14
Y	8	8	8	8	8	8

Если это возможно, то получите уравнение линейной регрессии, описывающей зависимость случайной величины Y от случайной величины X. При проверке значимости коэффициента корреляции Пирсона принять уровень доверия равным 95%.

3. Пусть имеется 200 независимых случайных величин, каждая из которых имеет равномерный закон распределения на промежутке от нуля до единицы. Найдите вероятность попадания новой случайной величины, представляющей собой сумму исходных случайных величин, в промежутки от 80 до 120.

4. Установлено, что промежутки между последовательными приходами клиентов в офис составили 40 мин., 30 мин., 20 мин., 25 мин. соответственно. Получив наилучшую точечную оценку параметра подходящего закона распределения, вычислите вероятность того, что за час в этот офис придет более двух человек. Вычислите вероятность того, что время между последовательными приходами в этот офис двух клиентов составит более 35 минут.
5. По исследованиям компании ЕВРОСЕТЬ среднее число проданных телефонов в первый день в каждом из офисов компании равнялось 15 (участвовали в опросе 10 торговых точек), а во второй день – 17 (участвовали 19 торговых точек). Найдите по этим данным наилучшую точечную оценку числа ежедневных продаж телефонов. Является ли эта оценка несмещенной и эффективной?
6. Аналитик рынка ценных бумаг оценивает среднюю доходность определенного вида акций. Случайная выборка из 16 дней показала, что средняя доходность по акциям данного типа составляет 8% с выборочным стандартным отклонением в 4%. Предполагая, что доходность акции подчиняется нормальному закону распределения, определите 99%-ый доверительный интервал для средней доходности интересующего аналитика вида акций.
7. С целью проверки достаточности количества посадочных мест в библиотеках Высшей школы экономики был проведен опрос 14 случайно выбранных студентов. Выяснили, сколько времени в течение прошедшей недели каждый выбранный студент провел в читальных залах библиотеки, готовясь к занятиям. По выборке оказалось: среднее время составляет 170 минут, а стандартное отклонение - 50 минут. Можно предположить, что время, проведенное студентом за неделю в библиотеке, подчиняется нормальному закону распределения. Определите доверительный интервал (с надежностью 95%) для среднего времени, проведенного в библиотеке в течение недели любым студентом ВШЭ.
8. Случайная выборка 345 людей, обратившихся в брачное агентство, показала, что 210 из них нашли себе пару с его помощью. Построить 95%-ый доверительный интервал для доли всех людей, обратившихся в это агентство и нашедших себе супруга с его помощью. Найдите минимальный объем выборки, при котором предельная ошибка выборки для доли всех людей, обратившихся в это агентство и нашедших супруга, не превысит 0.015.
9. Обычно применяемое лекарство снимает послеоперационные боли у 80% пациентов. Новое лекарство, применяемое для тех же целей, помогло 90 пациентов из первых 100 оперированных. Можно ли на уровне значимости 0.05 считать, что новое лекарство лучше?
10. Из 50 человек, покупающих в магазине кофе, 20 человек выбирают сорт «Арабика». Проверьте на уровне значимости 0.01 гипотезу о том, что половина покупателей выбирает данный сорт.

*Дополнительная информация о задачах промежуточных контрольных работ, домашнего задания и экзаменационной (итоговой) контрольной работы приведена на персональной странице преподавателя на сайте общеуниверситетской кафедры высшей математики.*

## 10. Порядок формирования оценок по дисциплине

Итоговая оценка  $Z$  складывается из оценки  $K_1$  за первую промежуточную контрольную работу, из оценки  $K_2$  за вторую промежуточную контрольную работу, из оценки  $K_3$  за домашнее задание, из оценки  $K_4$  за итоговую (экзаменационную) контрольную работу.

Оценки за промежуточные формы контроля могут быть дробными, округление проводится до первой цифры после запятой.

Итоговая оценка вычисляется по формуле:  $Z = 0.1 \cdot K_1 + 0.2 \cdot K_2 + 0.1 \cdot K_3 + 0.6 \cdot K_4$  .

Результат округляется до целых единиц по общеизвестным арифметическим правилам.

Промежуточные контрольные работы проводятся только один раз и во время, предусмотренное учебным планом. Переписывание промежуточных контрольных работ или написание промежуточных контрольных работ в дополнительное время не допускается. При неявке на контрольную работу выставляется 0 баллов за эту часть отчетности независимо от причины неявки.

Итоговая контрольная работа также проводится один раз во время, установленное учебным планом. Результат итоговой контрольной работы не является блокирующим (см. пункт б).

## 11. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 11.1

#### Базовые учебники

1. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Симонова Г.И. Теория вероятностей. Учебник для экономических и гуманитарных специальностей. Москва: МЦНМО, 2009
2. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для ВУЗов. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001 (и более поздние издания).
3. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А. Статистический анализ данных на компьютере. М.: ИНФРА-М, 1998. Или более позднее издание: Тюрин Ю.Н., Макаров А.А. Статистический анализ данных на компьютере. М.: ИД Форум, 2008.

#### Базовый задачник

1. Макаров А.А., Пашкевич А.В. Задачник по теории вероятностей для студентов социально-гуманитарных специальностей. Москва: МЦНМО, 2015
2. Ниворожкина Л.И. и др. Основы статистики с элементами теории вероятностей для экономистов: Руководство для решения задач. Ростов-на-Дону: Феникс, 1999.

## 11.2 Основная литература

1. Бородин А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. Серия «Учебники для ВУЗов». С.-Петербург: Лань, 1999, 2002.
2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учебник для ВУЗов. М.: Высшая школа, 2002.
3. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Задачи и упражнения по теории вероятностей. Уч. пособие для вузов. М.: Высшая школа, 2002.
4. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебное пособие для ВУЗов. М.: Высшая школа, 1999 (и более поздние издания).
5. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. Учебное пособие для ВУЗов. М.: Высшая школа, 1999 (и более поздние издания).
6. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей: Учебник для университетов. 7-е издание. М.: Эдиториал УРСС, 2001.
7. Горелова Г.В., Кацко И.А. Теория вероятностей и математическая статистика в примерах и задачах с применением Excel. Учебное пособие для ВУЗов. Ростов-на-Дону: Феникс, 2002.
8. Колемаев В.А., Калинина В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник. Серия «Высшее образование». М.: ИНФРА-М, 2000 (и более поздние издания).
9. Наследов А.Д. Математические методы психологического исследования. Анализ и интерпретация данных. С.-Петербург: Речь, 2008.
10. Ниворожкина Л.И., Морозова З.А. Математическая статистика с элементами теории вероятностей в задачах с решениями. Учебное пособие. Москва - Ростов–на-Дону: Март, 2005.
11. Сигел Эндрю Ф. Практическая бизнес-статистика. М.: ИД «Вильямс», 2002.
12. Сидоренко Е.В. Методы математической обработки в психологии. С.-Петербург: Речь, 2007.
13. Томас Ричард. Количественный анализ хозяйственных операций и управленческих решений. М.: Дело и Сервис, 2003.

## 11.3 Дополнительная литература

1. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика в задачах и упражнениях. М.: ЮНИТИ, 2001.
2. Аронович А.Б., Афанасьев М.Ю., Суворов Б.П. Сборник задач по исследованию операций. М.: Изд-во МГУ, 1997.
3. Байе Майкл Р. Управленческая экономика и стратегия бизнеса. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 1999.
4. Боровков А.А. Теория вероятностей. М.: Эдиториал УРСС, 2003.
5. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория вероятностей. Математическая статистика: Учебное пособие. М.: Гардарики, 1998.
6. Ватугин В.А. и др. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах. М.: Агар, 2003.
7. Велько И.В., Свирид Г.П.. Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры и задачи. Минск: Новое знамя, 2004.
8. Вероятность и математическая статистика: Энциклопедия / Гл. ред. Ю.В.Прохоров. М.: Большая Российская энциклопедия, 1999.
9. Гнеденко Б.В. Очерк по истории теории вероятностей. М.: Эдиториал УРСС, 2001.
10. Гнеденко Б.В., Хинчин А.Я. Элементарное введение в теорию вероятностей. М.: Наука, 1964; Эдиториал УРСС, 2003.
11. Дубров А.М., Лагоша Б.А., Хрусталева Е.Ю. Моделирование рискованных ситуаций в экономике и бизнесе: Учебное пособие. М.: Финансы и статистика, 2001.
12. Дэвис Джоэл Дж. Исследования в рекламной деятельности: теория и практика. М.: ИД «Вильямс», 2003.

13. Кендалл М.Дж., Стьюарт А. Статистические выводы и связи. М.: Наука, 1973.
14. Количественные методы в экономических исследованиях. Под ред. М.В. Грачевой и др. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004.
15. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей. М.: Наука, 1974.
16. Малхотра Н.К. Маркетинговые исследования. Практическое руководство. М.: Вильямс, 2003.
17. Очерки по истории математики / Под ред. Б.В.Гнеденко. М.: Изд-во МГУ, 1997.
18. Плаус Скотт. Психология оценки и принятия решений. М.: ИИД «Филинь», 1998.
19. Прикладной статистический анализ: Учебное пособие для вузов / Колл. авт. Алексахин С.В., Балдин А.В. и др. М.: «Издательство ПРИОР», 2001.
20. Рыжиков Ю.И. Теория очередей и управление запасами. Серия «Учебники для ВУЗов». С.-Петербург: Питер, 2001.
21. Сачков Ю.В. Вероятностная революция в науке (Вероятность, случайность, независимость, иерархия). М.: Научный мир, 1999.
22. Сно К.К. Управленческая экономика. М.: ИНФРА-М, 2000.
23. Секей Габор. Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике. М. Ижевск: Изд-во Института компьютерных исследований, 2003.
24. Севастьянов Б.А. Курс теории вероятностей и математической статистики. М.: Наука, 1982.
25. Стоянов Йордан. Контрпримеры в теории вероятностей. М.: Факториал, 1999.
26. Таха Хэмди А. Введение в исследование операций. М.: ИД «Вильямс», 2001.
27. Теория статистики. Классический университетский учебник. Под ред. проф. Громова Г.Л. М.: ИНФА-М, 2005
28. Теория статистики с основами теории вероятностей: Учебное пособие для ВУЗов / Колл. авт., под ред. И.И.Елисейевой. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001.
29. Трояновский В.М. Математическое моделирование в менеджменте. Учебное пособие. М.: Русская деловая литература, 1999.
30. Тюрин Ю.Н. Непараметрические методы статистики. М.: Знание. 1978.
31. Фабозци Фрэнк Дж. Управление инвестициями. Университетский учебник. М.: ИНФРА-М, 2000.
32. Франк Роберт Х. Микроэкономика и поведение. Университетский учебник. М.: ИНФРА-М, 2000.
33. Ханк Джон Э., Уичерн Дин У., Райтс Артур Дж. Бизнес-прогнозирование. М.: ИД «Вильямс», 2003.
34. Хеллевик Оттар. Социологический метод. М.: Весь Мир, 2002.
35. Холлендер М., Вулф Д.А. Непараметрические методы статистики. М.: Финансы и статистика, 1983.
36. Шведов А.С. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебное пособие для студентов экономических специальностей. М.: Изд-во ВШЭ, 1995.
37. Шикин Е.В., Чхартишвили А.Г. Математические методы и модели в управлении. Классический университетский учебник. М.: Дело, 2004.
38. Эддоус М., Стэнфилд Р. Методы принятия решений. М.: Аудит, ЮНИТИ, 1997.
39. Hogg Robert V., Craig Allen T. Introduction to Mathematical Statistics. 5<sup>th</sup> edition. USA: Prentice-Hall, Inc., 1995.
40. Kadane Joseph B., et al. Rethinking the Foundations of Statistics. (Carnegie Mellon Univ.) UK: Cambridge University Press, 2000.
41. Neter John, Wasserman William, Kutner Michael H. Applied Linear Statistical Models. 3<sup>rd</sup> edition. USA: IRWIN, Inc., 1990.
42. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Введение в математическую статистику. М.: ЛКИ, 2010.
43. Ватугин В.А., Ивченко Г.И., Медведев Ю.И., Чистяков В.П. Теория вероятностей

