



**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Национальный исследовательский университет  
"Высшая школа экономики"**

Факультет гуманитарных наук  
Школа лингвистики

**Рабочая программа дисциплины «Дискретная математика»**

для образовательной программы «Фундаментальная и компьютерная лингвистика»  
направления подготовки 45.03.03. Фундаментальная и прикладная лингвистика  
уровень бакалавр

Разработчик(и) программы

Кудряшов Ю.Г., к.ф.-м.н., доцент

Михайлович А.В., к.ф.-м.н., доцент [avmikhailovich@gmail.com](mailto:avmikhailovich@gmail.com)

Хованская И.А., к.ф.-м.н., доцент

Щуров И.В., к.ф.-м.н., доцент.

Одобрена на заседании общеуниверситетской кафедры высшей математики

«\_\_\_»\_\_\_\_\_ 201\_ г.

Зав. Кафедрой/Руководитель департамента/Школы

[Введите И.О. Фамилия]\_\_\_\_\_ [подпись]

Утверждена Академическим советом образовательной программы

«\_\_\_»\_\_\_\_\_ 201\_ г., № протокола\_\_\_\_\_

Академический руководитель образовательной программы

[Введите И.О. Фамилия]\_\_\_\_\_ [подпись]

Москва, 2017

*Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения подразделения-разработчика программы.*



## 1. Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает требования к образовательным результатам и результатам обучения студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих дисциплину «Дискретная математика», учебных ассистентов и студентов направления подготовки/специальности 45.03.03. Фундаментальная и прикладная лингвистика, обучающихся по образовательной программе «Фундаментальная и компьютерная лингвистика».

Программа учебной дисциплины разработана в соответствии с:

- Образовательным стандартом НИУ ВШЭ по направлению «Фундаментальная и прикладная лингвистика»;
- Образовательной программой 45.03.03. Фундаментальная и прикладная лингвистика
- Объединенным учебным планом университета по образовательной программе «Фундаментальная и прикладная лингвистика, утвержденным в 2017г.

## 2. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Дискретная математика» являются получение развёрнутого представления об основных разделах дискретной математики, развитие навыка строгих математических доказательств, изучение теоретических оснований и получение первичных практических навыков автоматической обработки текстов, общее развитие мышления, подготовка базы для последующих курсов математики.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

[Компетенции для программы учебной дисциплины берутся из стандартов: ФГОС/ ОС НИУ ВШЭ для соответствующего уровня и направления подготовки и из числа закрепленных за дисциплиной в матрице компетенций образовательной программы]

Уровни формирования компетенций:

**РБ** — ресурсная база, в основном теоретические и предметные основы (знания, умения);

**СД** – способы деятельности, составляющие практическое ядро данной компетенции;

**МЦ** – мотивационно-ценностная составляющая, отражает степень осознания ценности компетенции человеком и готовность ее использовать

В результате освоения дисциплины студент осваивает компетенции:



Компетенция	Код по ОС ВШЭ	Уровень формирования компетенции	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции	Форма контроля уровня сформированности компетенции
(формулировка из ОС)	УК-.. (СК-...)	РБ/СД/МЦ	[Глаголы-подсказки, даны по мере повышения уровня освоения: дает определение, воспроизводит, распознает, использует, демонстрирует, владеет, применяет, представляет связи, обосновывает, интерпретирует оценивает]		
Способен учиться, приобретать новые знания, умения, в том числе в области, отличной от профессиональной	УК-1	РБ, СД, МЦ	Умеет применять для решения задач методы, разобранные на занятиях, а также модифицировать их и находить новые варианты решений.	Лекции и семинарские занятия. Самостоятельная работа.	Семинарские занятия, домашнее задание, контрольная работа, экзамен
Способен выявлять научную сущность проблем в профессиональной области.	УК-2	РБ	Демонстрирует умение формулировать задачи на языке математики в ситуациях, аналогичных изученным, а также находить решения этих задач	Семинарские занятия. Самостоятельная работа. Домашние задания.	Семинарские занятия, домашнее задание, контрольная работа, экзамен



Компетенция	Код по ОС ВШЭ	Уровень формирования компетенции	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции	Форма контроля уровня сформированности компетенции
Способен проектировать системы анализа и синтеза естественного языка, анализа и синтеза мультимодальных языковых систем, в том числе лингвистических компонентов интеллектуальных и информационных электронных систем	ПК-12	РБ, МЦ	Ориентируется в математических методах, применяемых для анализа естественного языка, анализа и синтеза языковых систем	Семинарские занятия. Самостоятельная работа. Домашние задания.	Семинарские занятия, домашнее задание, контрольная работа, экзамен

#### 4. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Для ОС НИУ ВШЭ:

Настоящая дисциплина относится к дисциплинам профессионального цикла, модуль «Математика»

Для специализации «Фундаментальная и компьютерная лингвистика» настоящая дисциплина является базовой.

Для освоения учебной дисциплины студенты должны владеть курсом математики в объеме школьной программы и элементарными навыками компьютерной грамотности. Предполагается также, что студенты владеют английским языком на уровне, позволяющем им свободно пользоваться учебными материалами на английском языке.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении дисциплин:

- Теория вероятностей и математическая статистика
- Программирование и компьютерные инструменты лингвистического исследования
- Автоматическая обработка естественного языка
- Информационный поиск и извлечение данных



- Программирование (язык Python)
- Компьютерная лингвистика
- НИС «Лингвистические и логические задачи»

## 5. Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела	Всего часов	Аудиторные часы				Самостоятельная работа
			Лекции	Семинары	Практические занятия	Другие виды работы	
1	Метод математической индукции	10	2	2			6
2	Комбинаторика: простейшие задачи, бином Ньютона	22	4	6			12
3	Основы математической логики	20	4	6			10
4	Основы теории множеств	10	2	4			4
5	Дискретная теория вероятностей	20	2	6			12
6	Системы счисления	10	2	2			6
7	Целые числа: делимость	10	2	2			6
8	Алгоритм Евклида, НОД	12	2	4			6
9	Теория графов	22	4	6			12
10	Конечные автоматы	12	2	4			6
11	Регулярные выражения	10	2	2			6
12	Основы теории информации	10	2	2			6



13	Коды с исправлением ошибок	12	2	4			6
14	Основы криптографии	12	2	4			6
	Итого	190	34	54			102



## 6. Формы контроля знаний студентов

Тип контроля	Форма контроля	1 год		Кафедра/подразделение	Параметры **
		1	2		
Текущий	Контрольная работа	*			Письменная работа на 100 минут
	Эссе				
	Реферат				
	Коллоквиум				
	Домашнее задание		*		Самостоятельная работа, содержащая 15-20 задач. Может быть разбита на несколько работ меньшего объема. Задания выдаются дистанционно, выполненные работы сдаются в письменном виде и дублируются по электронной почте.
	Самостоятельная работа				
	Лабораторная работа				
	Проект				
	Другие формы (указать)				
Промежуточный	Экзамен				
Итоговый	Экзамен		*		Письменный экзамен 120 минут



0.

## 7. Критерии оценки знаний, навыков

Преподаватель оценивает работу студентов на семинарах, а также самостоятельную работу студентов по следующим параметрам:

- активность студентов
- правильность ответов на вопросы преподавателя
- квалифицированность ответов, требующих привлечения профессиональных знаний
- полнота, верность и своевременность выполнения текущих домашних заданий

Преподаватель оценивает работу студентов на семинарских занятиях: активность в дискуссиях, правильность решения задач на семинаре, правильность и своевременность решения задач в текущих домашних заданиях и прочих заданиях, которые выдаются на семинарских занятиях. Оценки за работу на семинарских занятиях преподаватель выставляет в рабочую ведомость. Накопленная оценка по 10-ти балльной шкале за работу на семинарских занятиях определяется перед итоговым контролем.

Выдача домашнего задания проводится дистанционно. Домашнее задание оценивается по следующим параметрам:

- правильность и полнота решения заданий;
- соблюдение сроков сдачи заданий.

## 8. Содержание дисциплины

Раздел представляется в удобной форме (список, таблица). Изложение строится по разделам и темам. Содержание темы может распределяться по лекционным и практическим занятиям.

Тема 1. Математическая индукция

Принцип математической индукции. Рекурсивные алгоритмы и рекуррентные формулы. Задача о ханойской башне. Доказательство формул по индукции. Примеры некорректного применения принципа математической индукции.

Тема 2. Комбинаторика

Правила решения простейших комбинаторных задач: правило суммы, правило произведения. Формула включений-исключений. Подсчёт числа перестановок, числа размещений, числа сочетаний. Более сложные комбинаторные задачи.

Связь различных определений биномиальных коэффициентов: треугольник Паскаля и бином Ньютона. Тождества с биномиальными коэффициентами. Доказательство тождеств при помощи различных определений биномиальных коэффициентов.

Тема 3. Дискретная теория вероятностей





Случайное событие, элементарный исход, вероятность. Примеры: бросание монеты и кубика, лотерея. Условная вероятность, независимость событий, формулы полной вероятности и Байеса.

#### Тема 4. Основы математической логики

Таблицы истинности. Составление логических формул по таблицам истинности. Тождества формальной логики.

Понятие предиката. Область истинности и область осмысленности предиката. Кванторы существования и всеобщности. Построение отрицания к утверждению с кванторами. Понятие отношения. Выражение одних отношений через другие. Пример: отношения родства и свойства.

#### Тема 5. Системы счисления

Примеры систем счисления: римская, вавилонская,  $n$ -ичные и другие. Позиционные системы счисления, их преимущества перед непозиционными. Перевод чисел из одной системы счисления в другую. Действия над числами в  $n$ -ичных системах счисления без перевода в десятичную. Запись дробных чисел в  $n$ -ичной системе счисления. Остаток от деления на  $n$  как последняя цифра в  $n$ -ичной записи.

#### Тема 6. Целые числа: делимость

Определение делителя, кратного. Деление с остатком. Признаки делимости в различных системах счисления. Использование соображений делимости при решении диофантовых уравнений и в комбинаторных задачах.

#### Тема 7. Алгоритм Евклида, НОД

Определение НОД и НОК. Простейшие свойства. Алгоритм Евклида и его преимущества перед алгоритмом, использующим разложение чисел на простые множители. Вычисление НОД больших чисел. Лемма Безу о линейном представлении НОД. Применение алгоритма Евклида для решения линейных диофантовых уравнений.

#### Тема 8. Теория графов

Понятие ориентированного и неориентированного графа. Полный граф. Степень вершины графа. Подсчёт количества рёбер в графе. Изоморфизм графов. Понятие пути и цикла в графе, связные графы, сильно связные ориентированные графы. Дерево и подсчёт количества рёбер в дереве. Остовное дерево. Понятие планарного графа. Формула Эйлера для планарных графов. Таблица смежности данного графа, вычисление количества путей длины  $n$  по таблице смежности.

#### Тема 9. Конечные автоматы

Определение конечного автомата, примеры. Построение конечного автомата, проверяющего, содержится ли в строке данная подстрока.

#### Тема 10. Регулярные выражения

Определение формальной грамматики. Определение регулярного выражения. Построение регулярного выражения по словесному описанию грамматики. Связь с конечными автоматами. Построение конечного автомата, проверяющего соответствие строки данному регулярному выражению.

#### Тема 11. Основы теории информации

Количество информации. Принцип работы архиваторов. Невозможность создания архиватора, уменьшающего размер любого файла. Количество информации в текстах на разных языках. Энтропия.

#### Тема 12. Коды с исправлением ошибок

Передача данных по ненадёжному каналу. Код с исправлением ошибок. Примеры кодов. Оптимальные коды. Сферическая упаковка.

#### Тема 13. Основы криптографии



Абсолютно стойкий шифр и область его практической применимости. Шифрование в сети Internet. Криптографические протоколы. Шифрование с открытым ключом: основные принципы. Пример: алгоритм RSA.

## 9. Образовательные технологии

Основные образовательные технологии включают в себя:

- лекции и семинарские занятия;
- дистанционная поддержка и консультации студентов.
- групповые проекты и презентации работ групп

## 10. Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

### 1.1. Оценочные средства для оценки качества освоения дисциплины в ходе текущего контроля

Список теоретических вопросов.

1. Правила решения простейших комбинаторных задач: правило суммы, правило произведения. Формула включений-исключений и примеры ее использования в комбинаторике и в теории вероятностей.
2. Подсчет числа перестановок, числа размещений, числа сочетаний (с повторениями и без повторений).
3. Сочетания без повторений. Связь различных определений биномиальных коэффициентов: треугольник Паскаля и бином Ньютона (с доказательством).
4. Примеры тождеств с биномиальными коэффициентами и их доказательства при помощи различных определений биномиальных коэффициентов.
5. Логика высказываний. Таблицы истинности. Тождества формальной логики и законы де Моргана.
6. Понятие предиката. Область истинности и область определения предиката. Кванторы существования и всеобщности. Построение отрицания к утверждению с кванторами.
7. Принцип математической индукции. Доказательство формул по индукции. Примеры некорректного применения принципа математической индукции.
8. Рекурсивные алгоритмы (задача о Ханойской башне).



9. Случайное событие, элементарный исход, вероятность. Примеры: бросание монеты и кубика. Сочетания в задачах на вычисление вероятностей.
10. Условная вероятность, независимость событий. Правило сложения и умножения вероятностей.
11. (\*) Парадокс Монти Холла.
12. Формула полной вероятности и формула Байеса.
13. Понятие ориентированного и неориентированного графа. Полный граф. Степень вершины графа. Подсчет количества ребер в графе. Дополняющий граф.
14. Изоморфизм графов. Необходимые условия изоморфизма (+объяснение, почему условия не являются достаточными).
15. Понятие пути и цикла в графе, связные графы. Дерево и подсчет количества ребер в дереве. Остовное дерево. В графе любые две вершины соединены простым путем тогда и только тогда, когда граф является деревом (доказательство).
16. Понятие планарного графа. Формула Эйлера для планарных графов.
17. Раскраска графа. Раскраска планарного графа в 6 цветов.
18. Регулярные выражения и регулярные языки. Примеры.
19. Языки, представимые диаграммами. Теорема о совпадении регулярных языков и языков, представимых диаграммами.
20. Конечные автоматы. Способы задания. Автоматные языки.
21. Теорема Клини (о совпадении регулярных и автоматных языков).
22. Замкнутость семейства регулярных языков относительно теоретико-множественных операций.
20. Пример нерегулярного языка.

## 1.2. Примеры заданий промежуточной аттестации

Примеры вопросов, задач, заданий для зачета или экзамена, тренировочные тесты по дисциплине, демонстрационные материалы для проведения промежуточного контроля (тестовые задания, кейсы, сценарии игр и пр.)

1. Придумайте три простых числа от 7 до 100 (простым называется число, которое делится нацело только на себя и на единицу, например, 7, 13 и 43). Найдите количество чисел



от 1 до 1000 (включительно), которые делятся на хотя бы одно из придуманных Вами же чисел.

2. Сколько треугольников может составить Валентина Ильинична из дощечек длины  $N$ ,  $N + 1$ ,  $N + 2$ ,  $N + 3$ ,  $N + 4$ , если известно, что дощечек каждой длины у В. И. сколько угодно.

3. В полном графе 91 ребро. Сколько в нем вершин?

4. В графе  $G$  16 вершин и 19 ребер. Какое минимальное и какое максимальное число компонент связности может иметь граф  $G$ ?

5. Построить конечный автомат, как можно более простую диаграмму и регулярное выражение, описывающее язык  $L$  над алфавитом  $A = \{a, b, c\}$ , который содержит только те слова, которые не содержат одновременно все три буквы (в любом порядке).

6. Выяснить, существует ли двоичный с минимальной избыточностью, обладающей следующей последовательностью длин кодовых слов: (2, 2, 2, 2, 3). Если существует, привести пример, если нет, объяснить почему.

7. По каналу передавалось кодовое слово по методу Хэмминга. Пришло сообщение 0011000. Ошибок не более одной. Восстановить исходное сообщение.

## 11. Порядок формирования оценок по дисциплине

Текущий контроль: осуществляется на семинарах в форме оценки выполненных текущих проверочных и самостоятельных работ, а также выступлений на семинарах. Оценки за работу на семинарских и практических занятиях преподаватель выставляет в рабочую ведомость. Текущий контроль включает в себя также оценку контрольной работы и домашнего задания, выполняемого студентами в индивидуальном порядке. Оценка по 10-ти балльной шкале за работу на семинарских и практических занятиях определяется перед промежуточным или итоговым контролем -  $O_{аудиторная}$ .

Накопленная оценка за текущий контроль учитывает результаты студента по текущему контролю следующим образом:

$$O_{накопленная} = 0.4 \cdot O_{аудиторная} + 0.3 \cdot O_{дз} + 0.3 \cdot O_{к/р},$$

где  $O_{дз}$  — оценка за индивидуальные домашние задания, а  $0.3 \cdot O_{к/р}$  — оценка за контрольную работу.

Округление каждого компонента накопленной оценки производится в соответствии с правилами математики и происходит до расчета накопленной оценки. Округление накопленной оценки также производится в соответствии с правилами математики.

Результирующая оценка за промежуточный (итоговый) контроль в форме зачета выставляется по следующей формуле, где  $O_{экзамен}$  — оценка за работу непосредственно на экзамене:

$$O_{итоговый} = 0.3 \cdot O_{экзамен} + 0.7 \cdot O_{накопленная}$$

Округление накопленной оценки итогового контроля в форме экзамена происходит в соответствии с правилами математики.



В диплом ставится оценка за итоговый контроль, которая является результирующей оценкой по учебной дисциплине.

## **12. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **1.2. Основная литература**

1. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике. Москва: Физматлит, 2005.
2. Оре О. Графы и их применение. Москва: Мир, 1965.
3. Верещагин Н.К., Шень А. Начала теории множеств. М.: МЦНМО, 2012.
4. Р. Курант, Г. Роббинс Что такое математика? М.: МЦНМО, 2000.
5. Тюрин Ю. Н., Макаров А. А., Высоцкий И. Р., Яценко И. В. Теория вероятностей и статистика (учебное пособие для учащихся 7—9 классов). М.: МЦНМО, 2008.
6. Тюрин Ю. Н., Макаров А. А., Симонова Г. И. Теория вероятностей. Учебник для экономических и гуманитарных специальностей. М.: МЦНМО, 2009.

### **1.3. Дополнительная литература**

1. Верещагин Н.К., Шень А. Начала теории множеств. Москва: МЦНМО, 2002.
2. Лавров И.А. Математическая логика. Москва: Издательский центр «Академия», 2006.
3. Виленкин Н.Я. Популярная комбинаторика. Москва: Наука, 1975.
4. Оре О. Москва: Наука, 1989.
5. Мудров В.И. Задача о коммивояжере. Москва: Знание, 1969.
6. Редькин Н.П. Дискретная математика. Москва: Физматлит, 2009.
7. Н. Я. Виленкин, «Комбинаторика». М.: Наука, 1969.
8. Шень А. Математическая индукция. М.: МЦНМО, 2007.
9. Виленкин Н.Я. Рассказы о множествах. М.: МЦНМО, 2005.
10. Кремер. Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Юнити-Дана, 2010.

## **13. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Для лекций и семинаров может быть использован проектор.



### Примеры подсчета оценки за дисциплину в различных случаях

Накопленная оценка за текущий контроль учитывает результаты студента по текущему контролю следующим образом:

$$O_{\text{накопленная}} = k_1 * O_{\text{текущий}} + k_2 * O_{\text{ауд}} + k_3 * O_{\text{сам. работа}}$$

где  $O_{\text{текущий}}$  рассчитывается как взвешенная сумма всех форм текущего контроля, предусмотренных в ОУП

$$O_{\text{текущий}} = n_1 * O_{\text{эссе}} + n_2 * O_{\text{к/р}} + n_3 * O_{\text{реф}} + n_4 * O_{\text{кол}} + n_5 * O_{\text{дз}};$$

[Оставьте те формы текущего контроля, которые предусмотрены в ОУП. сумма удельных весов должна быть равна единице:  $\sum n_i = 1$ ] Способ округления накопленной оценки текущего контроля: [указывается способ – арифметический, в пользу студента, другое].

Результирующая оценка за дисциплину рассчитывается следующим образом:

1. Если дисциплина преподается один модуль:

$$O_{\text{результ}} = k_1 * O_{\text{накопл}} + k_2 * O_{\text{экз}}$$

Способ округления накопленной оценки промежуточного (завершающего) контроля: [указывается способ – арифметический, в пользу студента, другое].

2. Если дисциплина преподается несколько модулей (например, 3):

$$O_{\text{промежуточная } i} = m_1 * O_{\text{текущая } i \text{ этапа}} + m_2 * O_{\text{промежуточный экзамен}}$$

Где  $O_{\text{текущая } i \text{ этапа}}$  рассчитывается по приведенной выше формуле

$$O_{\text{накопленная завершающая}} = (O_{\text{промежуточная } 1} + O_{\text{промежуточная } 2} + O_{\text{накопленная } 3}) : \text{на число модулей}$$

Где  $O_{\text{промежуточная } 1} + O_{\text{промежуточная } 2}$  – промежуточные оценки этапов 1 и 2,

а  $O_{\text{накопленная } 3}$  – накопленная оценка последнего этапа перед завершающим экзаменом

Способ округления накопленной оценки промежуточного (завершающего) контроля в форме экзамена: [указывается способ – арифметический, в пользу студента, другое].

[Сумма удельных весов должна быть равна единице:  $\sum m_i = 1$ , при этом,  $0,2 \leq m_i \leq 0,8$  (согласно Положению об организации промежуточной аттестации и текущего контроля успеваемости студентов НИУ ВШЭ, утвержденному приказом НИУ ВШЭ от 19.08.2014 №6.18.1-01/1908-02)]



**ОПЦИОНАЛЬНО:** На экзамене студент может получить дополнительный вопрос (дополнительную практическую задачу, решить к передаче домашнее задание), ответ на который оценивается в 1 балл.

[Оставьте те оценки, которые учитываются при выставлении результирующей оценки за промежуточный или завершающий контроль. Сумма удельных весов должна быть равна единице:  $\sum k_i = 1$ , при этом,  $0,2 \leq k_i \leq 0,8$  После всех формул в обязательном порядке приводится способ округления полученного результата.]

[Только для многомодульных дисциплин, по которым предусмотрен промежуточный контроль, укажите один из предложенных вариантов формирования оценки, которая идет в диплом]