

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Национальный исследовательский университет
"Высшая школа экономики"**

Факультет социальных наук
Кафедра высшей математики

Рабочая программа дисциплины Алгебра и анализ

для образовательной программы "Социология"
направления подготовки 39.03.01. Социология
уровень бакалавр

Разработчик программы
Логвенков С.А., к.ф.-м.н., доцент, slogvenkov@hse.ru

Одобрена на заседании общеуниверситетской кафедры высшей математики
«__»_____ 2018 г.
Зав. Кафедрой
Макаров А.А. _____

Утверждена Академическим советом образовательной программы
«__»_____ 2018 г., № протокола _____

Академический руководитель образовательной программы
Кузина О.Е. _____ [подпись]

_____, 2018

*Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями университета
и другими вузами без разрешения подразделения-разработчика программы.*

1 Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает требования к образовательным результатам и результатам обучения студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих дисциплину “Алгебра и анализ”, учебных ассистентов и студентов направления подготовки 39.03.01. Социология, обучающихся по образовательной программе “Социология”. Квалификация: бакалавр.

Программа учебной дисциплины разработана в соответствии с:

- образовательным стандартом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Национальный исследовательский университет «Высшая Школа Экономики»
http://www.hse.ru/data/2015/04/09/1095226565/Бакалавриат_ОС_Социология.pdf;
- Образовательной программой 39.03.01. «Социология» подготовки бакалавра;
- Объединенным учебным планом университета по образовательной программе: Учебным планом на весь период обучения подготовки бакалавра (4 года, очная форма) по направлению 39.03.01 Социология, утвержденным в 2017 г.

2 Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины “Алгебра и анализ” являются

-формирование у слушателей высокой математической культуры

-овладение основными знаниями по математике, необходимыми в практической социально-экономической деятельности

-развитие логического мышления и умения оперировать абстрактными объектами, развитие навыков корректного употребления математических понятий и символов для выражения различных количественных и качественных отношений

-ясное понимание математической составляющей в общей подготовке специалиста в области социологии.

Для реализации поставленной цели в ходе изучения курса «Алгебра и анализ» решается задача обеспечения широкого, общего и достаточно фундаментального математического образования студентов социально-экономических специальностей. Фундаментальность подготовки включает в себя достаточную общность математических понятий и конструкций, обеспечивающую широкий спектр их применимости, разумную точность формулировок математических свойств исследуемых объектов, логическую строгость изложения предмета, опирающуюся на адекватный современный математический язык.

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Уровни формирования компетенций:

РБ — ресурсная база, в основном теоретические и предметные основы (знания, умения);

СД – способы деятельности, составляющие практическое ядро данной компетенции;

МЦ – мотивационно-ценностная составляющая, отражает степень осознания ценности компетенции человеком и готовность ее использовать

В результате освоения дисциплины студент осваивает компетенции:

| Компетенция | Код по ОС ВШЭ | Уровень формирования компетенции | Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата) | Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции | Форма контроля уровня сформированности компетенции |
|---|---------------|----------------------------------|---|---|--|
| Способен учиться, приобретать новые знания, умения, в том числе в области, отличной от профессиональной | УК-1 | РБ | Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений. Способность к синтезу различных методов при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях; | Лекции, семинарские занятия, домашние задания | Показателем освоения являются оценки текущего, промежуточного и итогового контроля |
| Способен оценивать потребность в ресурсах и планировать их использование при решении задач в профессиональной деятельности | УК-4 | СД | Владение программными пакетами решения прикладных задач. | Лекции, семинарские занятия, домашние задания | Показателем освоения являются оценки текущего, промежуточного и итогового контроля |
| Способен вести исследовательскую деятельность, включая анализ проблем, постановку целей и задач, выделение объекта и предмета исследования, выбор способа и методов исследования, а также оценку его качества | УК-6 | РБ, СД | Способность планировать и решать задачи собственного профессионального и личного развития | Лекции, семинарские занятия, домашние задания | Показателем освоения являются оценки текущего, промежуточного и итогового контроля |

4 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к блоку дисциплин: Профессиональный цикл (Major) Базовая часть.

Для специализации 39.03.01. Социология подготовки бакалавров настоящая дисциплина является базовой.

Для освоения учебной дисциплины студенты должны владеть следующими знаниями и компетенциями:

- Знание математики в объеме средней школы.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

- теория вероятностей и математическая статистика
- экономическая теория (микроэкономика)
- экономическая теория (макроэкономика)

- анализ социологических данных
- математическое моделирование социальных процессов

5 Тематический план учебной дисциплины

| № | Название раздела | Всего часов | Аудиторные часы | | Самостоятельная работа |
|-----|--|-------------|-----------------|-----------|------------------------|
| | | | Лекции | Семинары | |
| 1 | Элементы линейной алгебры | 106 | 16 | 16 | 74 |
| 1.1 | Линейные пространства | 20 | 4 | 4 | 12 |
| 1.2 | Матрицы | 32 | 4 | 4 | 24 |
| 1.3 | Системы линейных уравнений | 42 | 6 | 6 | 30 |
| 1.4 | Собственные векторы и собственные значения матрицы. | 12 | 2 | 2 | 8 |
| 2 | Математический анализ. Функции одной переменной | 100 | 12 | 16 | 72 |
| 2.1 | Функции одной переменной, основы теории пределов, непрерывность | 22 | 2 | 4 | 16 |
| 2.2 | Дифференциальное исчисление | 42 | 6 | 6 | 30 |
| 2.3 | Интегральное исчисление | 36 | 4 | 6 | 26 |
| 3 | Математический анализ. Функции нескольких переменных | 96 | 14 | 12 | 70 |
| 3.1 | Функции нескольких переменных, основы теории пределов, непрерывность | 14 | 2 | 2 | 10 |
| 3.2 | Функции нескольких переменных, дифференциальное исчисление | 36 | 6 | 6 | 24 |
| 3.3 | Экстремумы функций нескольких переменных | 46 | 6 | 4 | 36 |
| 4 | Основы дифференциальных уравнений | 40 | 6 | 4 | 30 |
| | ИТОГО | 342 | 48 | 48 | 246 |

6 Формы контроля знаний студентов

При изучении дисциплины предусмотрены две контрольные работы и три домашних задания. Экзамен проводится в конце третьего модуля. Переписывание контрольной работы или написание контрольной работы в дополнительное время не допускается.

| Тип контроля | Форма контроля | Модуль | | | Параметры |
|--------------|--------------------|--------|---|---|-------------------------------------|
| | | 1 | 2 | 3 | |
| Текущий | Контрольная работа | 1 | 1 | | письменная работа не более 60 минут |
| | Домашнее задание | 1 | 1 | 1 | письменная работа |
| Итоговый | Экзамен | | | 1 | письменный экзамен на 90 мин. |

7 Критерии оценки знаний, навыков

По всем формам отчетности оценки ставятся по 10-бальной шкале. Оценка является результатом округления полученных баллов до ближайшего целого числа. Полученные баллы могут не быть целочисленными, округление проводится до первой цифры после запятой. Перевод оценки Z в 5-бальную шкалу осуществляется согласно следующему правилу:

- $0 \leq Z < 4$ неудовлетворительно
- $4 \leq Z < 6$ удовлетворительно
- $6 \leq Z < 8$ хорошо
- $8 \leq Z \leq 10$ отлично.

8 Содержание дисциплины

Раздел 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии

Тема 1.1. Линейные пространства.

Определение и примеры линейных пространств. Векторы. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, координаты, размерность линейного пространства. Разложение вектора по базису. Скалярное произведение векторов. Вычисление скалярного произведения векторов, заданных своими координатами. Вычисление длины вектора и расстояния между точками. Угол между векторами.

Тема 1.2. Матрицы.

Матрицы и арифметические операции с матрицами. Понятие определителя n -го порядка. Определители квадратных матриц 2-го и 3-го порядков. Свойства определителей и способы их вычисления. Элементарные преобразования матрицы. Ранг системы векторов, ранг матрицы и способы их вычисления.

Тема 1.3. Системы линейных уравнений.

Системы линейных неоднородных уравнений. Критерий совместности. Системы линейных однородных алгебраических уравнений, теорема о размерности пространства решений.

Условия существования нетривиального решения однородной системы линейных алгебраических уравнений. Структура общего решения неоднородной системы линейных уравнений. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса и методом Крамера. Существование и нахождение обратной матрицы, матричные уравнения.

Тема 1.4. Собственные векторы и собственные значения матриц.

Собственные векторы и собственные значения линейных операторов.

Применение элементов линейной алгебры в экономике: модель Леонтьева многоотраслевой экономики, модель международной торговли.

Раздел 2. Математический анализ. Функции одной переменной.

Тема 2.1. Функции одной переменной, основы теории пределов, непрерывность.

Предел последовательности и предел функции. Основные теоремы о пределах. Порядок малости. Эквивалентные бесконечно малые функции и их использование при вычислении пределов.

Непрерывность функции в точке. Непрерывность суммы, произведения и частного непрерывных функций, непрерывность сложной функции. Теоремы о функциях, непрерывных на отрезке: теорема о промежуточном значении, 1-я и 2-я теоремы Вейерштрасса.

Тема 2.2. Дифференциальное исчисление.

Производная функции в точке, ее геометрический, физический и экономический смысл. Дифференциал функции.

Правила дифференцирования суммы, произведения и частного двух функций. Логарифмическое дифференцирование. Производная обратной функции. Таблица производных основных элементарных функций. Производная сложной функции. неявно заданная функция и ее дифференцирование. Производная функции, заданной параметрически. Понятие о производных высших порядков.

Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Понятие эластичности функции.

Теоремы о дифференцируемых функциях (Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей $0/0$ и ∞/∞ . Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Условия монотонности функций. Локальные экстремумы функций, необходимое и достаточное условие экстремума. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Направление выпуклости и точки перегиба графика функции. Выпуклые функции и теоремы об экстремумах выпуклых функций. Асимптоты кривых. Общая схема исследования функций и построения их графиков.

Приложения производных в экономической теории.

Тема 2.3. Интегральное исчисление.

Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных неопределенных интегралов. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Интегрирование простейших рациональных дробей.

Задача о вычислении площади криволинейной трапеции. Определенный интеграл и его свойства. Теорема о производной определенного интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определенного интеграла методом замены переменной. Интегрирование по частям. Несобственный интеграл.

Раздел 3. Математический анализ. Функции нескольких переменных.

Тема 3.1. Функции нескольких переменных, основы теории пределов, непрерывность.

Определение функции двух переменных. Геометрическая интерпретация функции двух переменных. Линии уровня. Обобщение на функции произвольного числа переменных.

Предел и непрерывность функций нескольких переменных. Точки разрыва функций. Формулировка основных свойств функций, непрерывных в замкнутой ограниченной области.

Тема 3.2. Функции нескольких переменных, дифференциальное исчисление.

Частные производные функций многих переменных и их геометрический смысл. Дифференцируемость функций многих переменных. Достаточное условие дифференцируемости. Первый дифференциал функции нескольких переменных и его применение в приближенных вычислениях. Частные производные сложной функции.

Производная по направлению. Градиент функции и его свойства. Частные производные высших порядков. Формулировка теоремы о перестановке порядка дифференцирования. Дифференциалы высшего порядка. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.

Тема 3.3. Экстремумы функций нескольких переменных.

Необходимое условие экстремума. Квадратичная форма и ее матрица. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра постоянства знака квадратичной формы. Достаточные условия максимума и минимума. Выпуклые функции многих переменных. Теоремы об экстремумах выпуклых функций.

Условный экстремум функции многих переменных. Метод множителей Лагранжа. Геометрическая интерпретация необходимого условия локального условного экстремума. Достаточное условие локального условного экстремума. Нахождение наибольших и наименьших значений функций нескольких переменных в замкнутой ограниченной области.

Функции нескольких переменных в задачах экономики. Оптимизационные задачи на основе производственных функций. Понятие о методе наименьших квадратов.

Раздел 4. Основы дифференциальных уравнений.

Дифференциальное уравнение первого порядка, поле направлений, интегральная кривая, задача Коши. Дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными. Линейное уравнение первого порядка. Метод вариации постоянной. Дифференциальное уравнение второго порядка, задача Коши. Системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Понятие устойчивости. Примеры моделей, описываемых системами дифференциальных уравнений.

9 Образовательные технологии

При реализации семинарских занятий используются семинарский опрос и групповые дискуссии.

10 Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

10.1 Оценочные средства для оценки качества освоения дисциплины в ходе текущего контроля

Тематика заданий текущего контроля.

Контрольная работа 1. Тематика заданий: линейная алгебра.

Контрольная работа 2. Тематика заданий: дифференциальное и интегральное исчисление функции одной переменной.

Домашнее задание 1. Тематика заданий: линейная алгебра.

Домашнее задание 2. Тематика заданий: дифференциальное и интегральное исчисление функции одной переменной.

Домашнее задание 3. Тематика заданий: математический анализ функций нескольких переменных.

Вопросы для оценки качества освоения дисциплины.

1. Векторы, линейные операции над векторами.
2. Скалярное произведение векторов.
3. Линейная зависимость и независимость векторов.
4. Базис координаты размерность линейного пространства.
5. Разложение вектора по базису.
6. Матрицы и операции над ними.
7. Определитель, его свойства, вычисление.
8. Минор, алгебраическое дополнение.
9. Ранг матрицы.
10. Система линейных уравнений, основные понятия.
11. Теорема Кронекера-Капелли.
12. Методы решения систем линейных уравнений.
13. Однородные системы линейных уравнений. Базисные и свободные переменные.
14. Обратная матрица.
15. Матричные уравнения.
16. Собственные значения и собственные векторы.
17. Последовательность. Предел последовательности. Свойства пределов последовательности.
18. Предел функции.
19. Основные теоремы о пределах функции.
20. Бесконечно малые функции. Их свойства.
21. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые.
22. Бесконечно большие функции. Их свойства.
23. Непрерывность функции. Основные понятия.
24. Свойства функций, непрерывных в точке.
25. Дифференциал. Геометрическая интерпретация.
26. Производная функции в точке. Геометрическая интерпретация.
27. Основные теоремы о дифференцируемых функциях.
28. Производные основных элементарных функций.
29. Производная сложной функции. Производная функции, заданной неявно. Производная функции, заданной параметрически.
30. Правило Лопиталя.
31. Использование производной для исследования функций на монотонность, экстремум, выпуклость, вогнутость. Точки перегиба.
32. Производные высших порядков функции одной переменной.
33. Первообразная. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
34. Методы интегрирования: замена переменной.
35. Методы интегрирования: интегрирование по частям.
36. Определенный интеграл. Геометрический смысл.
37. Свойства определенного интеграла.
38. Формула Ньютона-Лейбница.
39. Несобственные интегралы. Сходимость и расходимость несобственных интегралов.
40. Производные функции нескольких переменных.
41. Производные сложной функции многих переменных.
42. Производные высших порядков функции многих переменных.
43. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума.

44. Локальный условный экстремум функции многих переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума.
45. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции нескольких переменных в ограниченной замкнутой области.
46. Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия. Геометрический смысл. Задача Коши.
47. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
48. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
49. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
50. Линейные однородные дифференциальные уравнения высшего порядка с постоянными коэффициентами
51. Исследование устойчивости решения.
52. Системы линейных дифференциальных уравнений.

10.2 Примеры заданий промежуточной аттестации

Примеры вопросов и задач текущего, промежуточного и итогового контроля приводятся в системе LMS.

11 Порядок формирования оценок по дисциплине

Накопленный балл N за первые три модуля получается по следующей формуле: $N=0,8*K+0,2*D$, где K – средний балл за две контрольные работы (вычисляется как среднее арифметическое всех баллов за контрольные работы), а D – средний балл за три домашних задания (вычисляется как среднее арифметическое всех баллов за домашние задания). Накопленная оценка является результатом округления полученных баллов до ближайшего целого числа.

Итоговый балл по всему курсу ставится в конце третьего модуля и получается по следующей формуле: $I=0,4*N+0,6*E$, где I – итоговый балл по всему курсу, E – балл за итоговую контрольную работу, проводимую в конце третьего модуля. Итоговая оценка является результатом округления полученных баллов до ближайшего целого числа.

Если накопленная оценка не меньше 8 баллов, то преподаватель имеет право предложить студенту засчитать ее в качестве оценки за итоговую контрольную работу и в качестве итоговой оценки по всему курсу.

Переписывание контрольной работы промежуточного контроля или написание контрольной работы промежуточного контроля в дополнительное время не допускается.

12 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

12.1 Базовый учебник

1. Логвенков С. А., Самовол В. С. Линейная алгебра. Основы теории, примеры и задачи. М.: МЦНМО, 2017.
2. Красс М. С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник. М.: Дело, 2000.
3. Шипачев В.С. Основы высшей математики: Учебное пособие для вузов. М.: Высшая школа, 1998

12.2 Основная литература

1. Логвенков С.А. Мышкис П.А , Самовол В.С. Сборник задач по высшей математике. Учебное пособие для студентов социально-управленческих специальностей. М. : МЦН-МО, 2014 (в электр. Форме – система LMS НИУ ВШЭ).
2. Красс М. С. Математика для экономических специальностей: Учебник. М.: ИНФРА-М, 1998.

12.3 Дополнительная литература

1. Бугров Я.С. Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление: Учебник. М.: Наука, 1988.
2. Бугров Я.С. Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебник для вузов. М.: Наука, 1988.
3. Бурмистрова Е.Б., Лобанов С.Г. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии: Учебное пособие. М.: Изд-во ГУ-ВШЭ, 1998.
4. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. Ч.1. и 2. М.: Изд-во МГУ, 1985 и 1987.
5. Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики: Учебное пособие для вузов. М.: Наука, 1989.
6. Матвеев Н.М. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Учебное пособие. СПб.: Специальная литература, 1996.
7. Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В. Математика в экономике: Учебник. В 2-х ч. Ч.1. М.: Финансы и статистика, 2000.
8. Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В., Шандра И.Г. Математика в экономике: Учебник. В 2-х ч. Ч.2. М.: Финансы и статистика, 1999.